«به نام خدا»

تکلیف شماره ۲ — کیوان مطلب‌نسب

$f(x) =$ عدد ثابت $\dfrac{x^2 \text{ ضرایب}}{x \text{ ضرایب}}$ $\quad F(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 4x + 1 + mx^2 + nx + mn$

① $\rightarrow F(x) = (10+m)x^2 + (n-4)x + 1 + mn \xrightarrow[m+10=0]{n-4=0} n=4 \;,\; m=-10$

$\Rightarrow g(x) = \{(4,-10),(4,P+1),(P+2,-1),(-9,P+K)\} \rightarrow P+1=-10 \rightarrow P=-11$

$\rightarrow -11+K=-1 \rightarrow K=10$

$\rightarrow K+m+n+P = +10+(-10)+4+(-11) = -7$ ✓

---

② الف)

$y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \rightarrow \quad x-2=0 \rightarrow x=2$

$x^4-2x^2-8=0 \rightarrow x^2 = \dfrac{+2+\sqrt{4+32}}{2} \rightarrow$ (منفی قابل قبول نیست)

$\rightarrow x^2 = \dfrac{2+6}{2} = 4 \rightarrow x = \pm 2$

	-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	$0\;+$
x^4-2x^2-8	$+$	0	$-$	$0\;+$
P	$-$	ت	$+$	ت $\;+$

$\rightarrow D_f = (-2, +\infty) - \{2\}$ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \rightarrow 4-2[-x] \neq 0 \rightarrow [-x] \neq 2$

$2 \leq -x < 3 \rightarrow -3 < x \leq -2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-3,-2]$ ✓

---

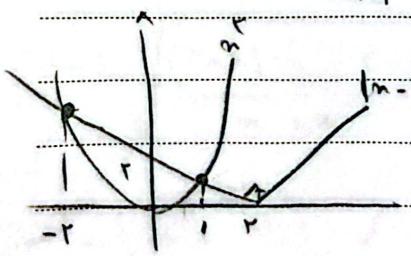
③ الف) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \rightarrow x(x-1)(x+1) \geq 0 \rightarrow$ $\begin{array}{cccc} & -1 & 0 & 1 \\ - & + & - & + \end{array}$ ①

$|x|+x \rightarrow$ همیشه یا مثبت است یا مساوی ۰ است. $\rightarrow$ نباید مساوی ۰ شود. $\rightarrow R^+$ ②

$①\cap② \; ([-1,0] \cup [1,+\infty)) \cap R^+ \Rightarrow D_f = [1,+\infty)$ ✓

ب) $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$ روش هندسی $\rightarrow |x-2|-x^2 \geq 0 \rightarrow |x-2| \geq x^2 \rightarrow [-2,1]$ طبق شکل ①

② $|x|-1 \neq 0 \rightarrow |x| \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1$

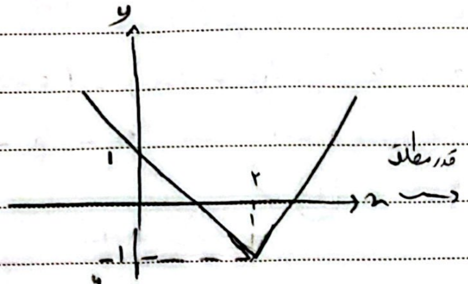


$\xrightarrow[\cap]{①,②} D_f = [-2,1) - \{-1\}$ ✓

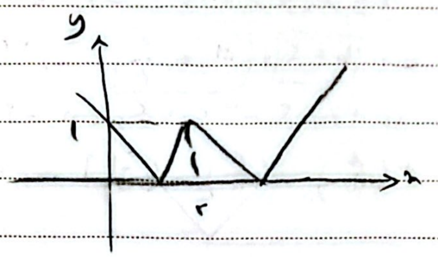
٤

$y=\dfrac{1}{||x-2|-1|-K} \longrightarrow ||x-2|-1|-K \neq 0 \rightsquigarrow ||x-2|-1| \neq K$

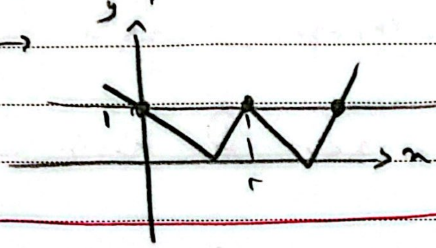
$||x-2|-1|$ نمودار ⇒



قدر مطلق ⇝



اگر $K=1 \longrightarrow$

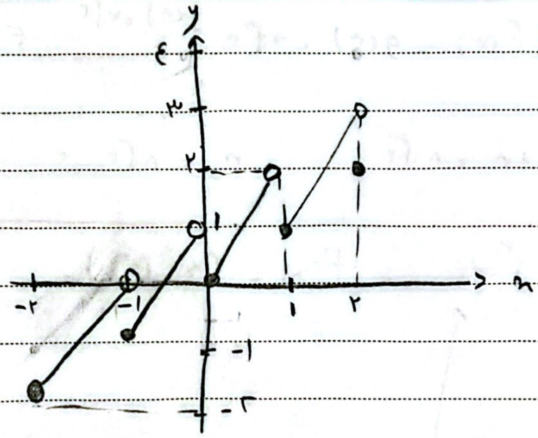


$K=1$ → در ۳ نقطه طبق شکل قطع می‌کند.

۵

$y=2x-[x] \qquad -2\leq x\leq 2$

$-2\leq x<-1$	$[x]=-2$	$\longrightarrow 2x+2$
$-1\leq x<0$	$[x]=-1$	$\longrightarrow 2x+1$
$0\leq x<1$	$[x]=0$	$\longrightarrow 2x$
$1\leq x<2$	$[x]=1$	$\longrightarrow 2x-1$
$x=2$	$[x]=2$	$\longrightarrow 2$



۶

فرم تابع همانی $\Rightarrow y=x \Rightarrow y=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x+a)}+b$

① اگر $\boxed{a=-3} \longrightarrow y=\dfrac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}}+b \longrightarrow y=x-1+b \longrightarrow \boxed{b=1}$

② اگر $a=-1 \longrightarrow y=\dfrac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{(x-1)}}+b \longrightarrow y=(x-3)+b \longrightarrow \boxed{b=3}$

① حالت: $a-b=-3-1=-4$ ✓ ② حالت: $a-b=-1-3=-4$ ✓ $\rightarrow a-b=\{-4\}$

۷

$x^3+2x^2-x-2 \xrightarrow[=0]{\text{جمع ضرایب}} x^3+2x^2-x-2=(x^2+3x+2)(x-1) \Rightarrow \dfrac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}$

$\underset{\longrightarrow}{x\neq\pm1}\ x+2 \rightsquigarrow \boxed{c=2}$

(8)

اشتراک دامنه‌ها $\to \{1\} \to D_f = 4x - 3a \geq 0 \to 4x \geq 3a \to x \geq \frac{3}{4}a$ (1)

$D_g = b - 4x \geq 0 \to 4x \leq b \to x \leq \frac{b}{4}$ (2) $\xrightarrow{(1),(2)} \frac{b}{4} = \frac{3}{4}a = 1$

$\to \boxed{b=4}, \boxed{a = \frac{4}{3}} \to 2f - g = K \xrightarrow{x=1} 2(0 + K - 1) - (0 + 3K) = K$

$\to 2K - 2 - 3K = K \to -2 = 2K \to \boxed{K=-1} \to 3a - \frac{b}{2} - K =$

$3\left(\frac{4}{3}\right) - \left(\frac{4}{2}\right) - (-1) = 4 - 4 + 1 = 1$ ✓

---

(9)

$D_{f \times g} = D_f \cap D_g \to D_g = 2x + 2 \geq 0 \to x \geq -1$

فرض سوال $D_{f \times g} = [-1, 7] \to D_f = x \leq 7 \xrightarrow{(1)} m - x \geq 0 \to x \leq m \xrightarrow{(1)} m = 7$

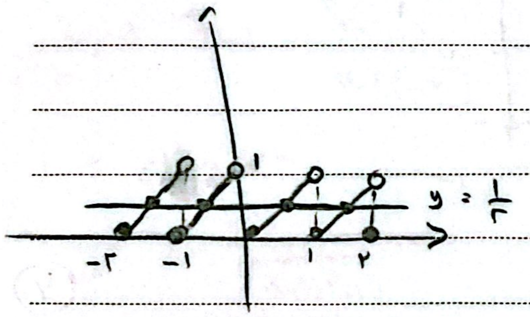
$\to f(3) - g(3) = 6\sqrt{2} \xrightarrow{g(3) = 2\sqrt{2}} f(3) = 8\sqrt{2} \to f(3) = \sqrt{7-3} + n = 8\sqrt{2}$

$2 + n = 8\sqrt{2} \to n = 8\sqrt{2} - 2 \xrightarrow{m+n} 8\sqrt{2} - 2 + 7 = \boxed{8\sqrt{2} + 5}$ ✓

---

(10)

$(-1)^2 = 1 \to f(x) = (x - [x])$



$-2 \leq x < -1 \to x + 2$

$-1 \leq x < 0 \to x + 1$

$0 \leq x < 1 \to x$

$1 \leq x < 2 \to x - 1$

$x = 2 \to 0$

طبق شکل، خط $y = \frac{1}{2}$ با نمودار تابع در بازه $[-2, 2]$، ۴ جواب دارد. ✓