۱۸٫۷۵ « بنام خدا »

کیوان مطلب نسب

تکلیف شماره ۲

$f(x)=$ عدد ثابت، ضرایب x^2، مضارب x $\quad F(x) = x^2+2x+1+9x^2-4x+1+mx^2+nx+mn$

$\to F(x) = (10+m)x^2+(n-4)x+1+mn \xrightarrow[m+10=0]{n-4=0} n=4 \; , \; m=-10$ ① ۲

$\Rightarrow g(x)=\{(4,-10),(4,p+1),(p+3,-1),(-9,p+k)\} \to p+1=-10 \to p=-11$

$\Rightarrow -11+k=-1 \to k=10$

$\to k+m+n+p = +10+(-10)+4+(-11) = -7$

---

② ۲

الف) $y=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^4-2x^2-8}} \to \quad x-2=0 \to x=2$

$x^4-2x^2-8=0 \to x^2 = \dfrac{+2+\sqrt{4+32}}{2} \to$ (منفی قابل قبول نیست)

$\Rightarrow x^2=\dfrac{2+6}{2}=4 \to x=\pm 2$

		-2		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
x^4-2x^2-8	$+$	0	$-$	0	$+$
R	$-$		$+$		$+$

$\to Df=(-2,+\infty)-\{2\}$

ب) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-2[-x]} \to 4-2[-x]\neq 0 \to [-x]\neq 2$

$2\leq -x<3 \to -3<x\leq -2 \Rightarrow Df=\mathbb{R}-(-3,-2]$

---

③ ۲

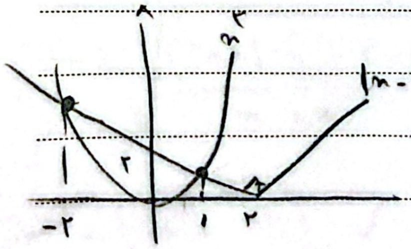
$f(x)=\dfrac{\sqrt{x(x^2-1)}}{\sqrt{|x|+x}} \to x(x-1)(x+1)\geq 0 \to$ $-1 \quad 0 \quad 1$: $- \; + \; - \; +$ ①

$|x|+x \to$ همیشه یا مثبت است یا مساوی ۰ است. $\to$ ۰ نباید مساوی صفر شود. $\to R^+$ ②

①∩② $([-1,0]\cup[1,+\infty))\cap R^+ \Rightarrow Df=[1,+\infty)$

ب) $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-x^2}}{|x|-1}$ روش هندسی $\to |x-2|-x^2\geq 0 \to |x-2|\geq x^2 \to [-2,1]$ طبق شکل ①

② $|x|-1\neq 0 \to |x|\neq 1 \to x\neq \pm 1$

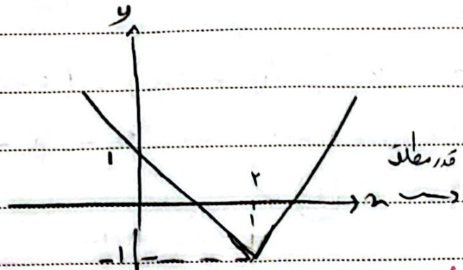


$\xrightarrow[\cap]{①,②} Df=[-2,1)-\{-1\}$

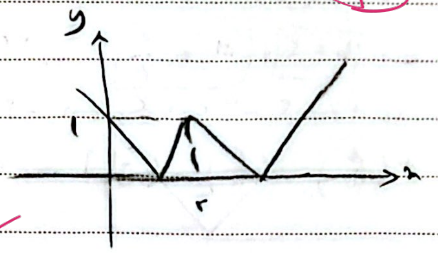
٤ ۲

$y=\dfrac{1}{||x-2|-1|-k} \longrightarrow ||x-2|-1|-k \neq 0 \rightsquigarrow ||x-2|-1| \neq k$

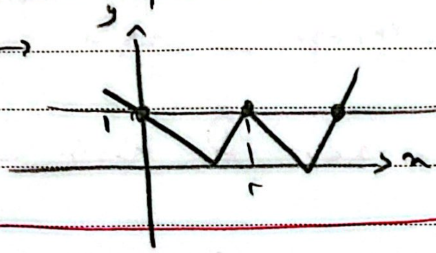
$||x-2|-1|$ نمودار ⇒



قدر مطلق $\rightsquigarrow$



اگر $k=1 \longrightarrow$



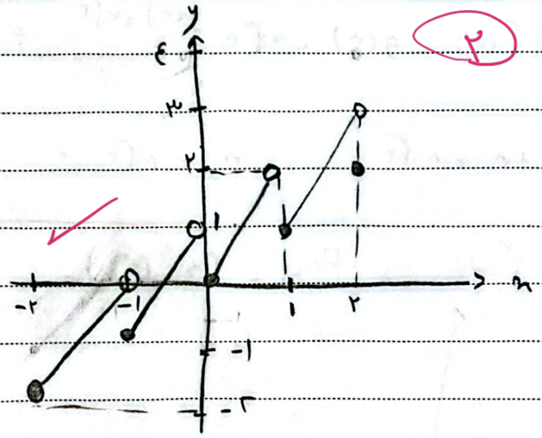
$k=1 \longrightarrow$ در ۳ نقطه طبق شکل قطع می‌کند.

---

۵ ۲

$y=2x-[x] \qquad -2\leq x\leq 2$

$-2\leq x<-1$	$[x]=-2$	$\longrightarrow 2x+2$
$-1\leq x<0$	$[x]=-1$	$\longrightarrow 2x+1$
$0\leq x<1$	$[x]=0$	$\longrightarrow 2x$
$1\leq x<2$	$[x]=1$	$\longrightarrow 2x-1$
$x=2$	$[x]=2$	$\longrightarrow 2$



---

٦ ۲

فرم تابع همانی $\Rightarrow y=x \Rightarrow y=\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x+a)}+b$

① اگر $\boxed{a=-3} \longrightarrow y=\dfrac{(x-1)\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}}+b \longrightarrow y=x-1+b \longrightarrow \boxed{b=1}$

② اگر $a=-1 \longrightarrow y=\dfrac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{(x-1)}}+b \longrightarrow y=(x-3)+b \longrightarrow \boxed{b=3}$

① حالت: $a-b=-3-1=-4$ ✓ ② حالت: $a-b=-1-3=-4$ ✓ $\rightarrow a-b=\{-4\}$

---

۷ ۱

$x^3+2x^2-x-2 \xrightarrow[=0]{\text{جمع ضرایب}} x^3+2x^2-x-2=(x^2+3x+2)(x-1) \Rightarrow \dfrac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}$

$x\neq\pm1 \quad x+2 \rightsquigarrow \boxed{c=2}$

$f(1)=3 \longrightarrow \dfrac{a+2}{b+1}=3$

$f(-1)=1 \qquad \dfrac{-a+2}{b-1}=1 \longrightarrow a=2,\ b=/۵ \longrightarrow b+c=۲/۵$

ادامه سوال؟

۸

اشتراک دامنه‌ها $\to \{1\} \to D_f = 4x - 3a \geq 0 \to 4x \geq 3a \to x \geq \frac{3}{4}a$ (1)

$D_g = b - 4x \geq 0 \to 4x \leq b \to x \leq \frac{b}{4}$ (2) $\xrightarrow{(1),(2)} \frac{b}{4} = \frac{3}{4}a = 1$ ✓

$\to \boxed{b=4}, \boxed{a=\frac{4}{3}} \to 2f - g = K \xrightarrow{x=1} 2(0 + K - 1) - (0 + 3K) = K$ 1,75

$\to 2K - 2 - 3K = K \to -2 = 2K \to \boxed{K=-1} \to 3a - \frac{b}{2} - K =$

$3(\frac{4}{3}) - (\frac{4}{2}) - (-1) = 4 - 4 + 1 = 1$ ✓

2

$4 - 2 + 1 = 3$

۲ ۹

$D_{f\times g} = D_f \cap D_g \to D_g = 2x + 2 \geq 0 \to x \geq -1$

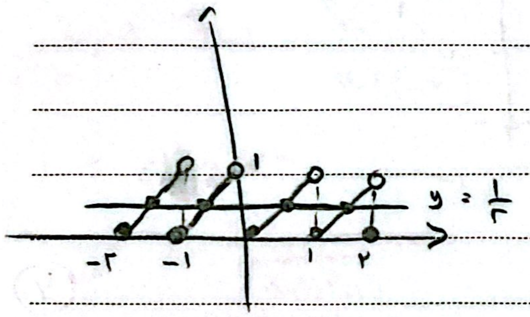
فرض سوال $D_{f\times g} = [-1, 7] \to D_f = x \leq 7 \xrightarrow{(1)} m - x \geq 0 \to x \leq m \xrightarrow{(1)} m = 7$

$\to f(3) - g(3) = 6\sqrt{2} \xrightarrow{g(3) = 2\sqrt{2}} f(3) = 8\sqrt{2} \to f(3) = \sqrt{7-3} + n = 8\sqrt{2}$

$2 + n = 8\sqrt{2} \to n = 8\sqrt{2} - 2 \xrightarrow{m+n} 8\sqrt{2} - 2 + 7 = \boxed{8\sqrt{2} + 5}$ ✓

۲ ۱۰

$(-1)^2 = 1 \to f(x) = (x - [x])$



$-2 \leq x < -1 \to x + 2$

$-1 \leq x < 0 \to x + 1$

$0 \leq x < 1 \to x$

$1 \leq x < 2 \to x - 1$

$x = 2 \to 0$

طبق شکل، خط $y = \frac{1}{2}$ با نمودار تابع، در بازه $[-2, 2]$، ۴ جواب دارد. ✓