به نام خدا

با همان نزارکر

۲۰ آفرین ☆ ممنونم خیلی کامل و عالی نوشتید!

تکلیف ۱۹

دانش آموز: پسر B

$$f(x) = 2\left[\frac{2-x}{2}\right] + a\left[\frac{x+2}{3}\right]$$

۱-

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^-} f(x) \neq \pm\infty$$

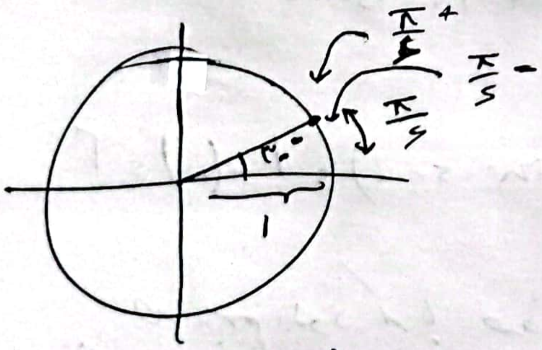
$$\Rightarrow \lim_{x\to -2^-} f(x) = 2\left[\frac{2-(-2^-)}{2}\right] + a\left[\frac{(-2^-)+2}{3}\right] = 2\times 2 + a(-1) = \boxed{4-a} \quad II$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to -2^+} f(x) = 2\left[\frac{2-(-2^+)}{2}\right] + a\left[\frac{-2^+ + 2}{3}\right] = 2\times 1 + a\times 0 = \boxed{2} \quad I$$

$$I, II \Rightarrow 4-a = 2 \Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow \left[\frac{a}{3}\right] = \left[\frac{2}{3}\right] = 0$$

۲-

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{6}^-} [2\sin x - 1] = -1$$

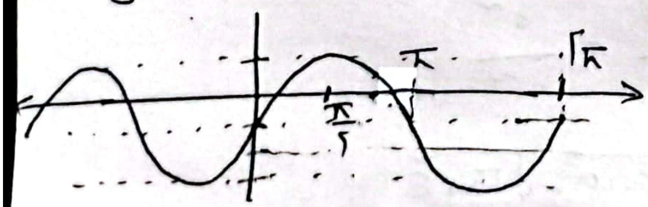


$$x \to \frac{\pi}{6}^+ \Rightarrow \sin x < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\sin x < 1 \Rightarrow 2\sin x - 1 < 0$$

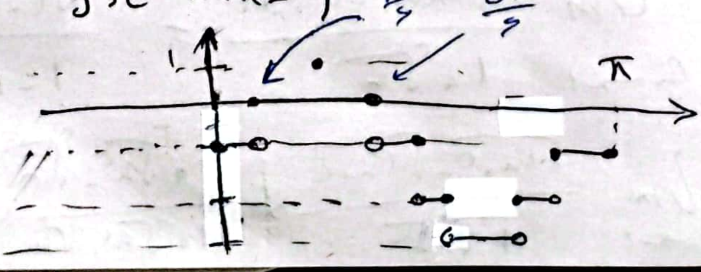
$$\Rightarrow [2\sin x - 1] = -1$$

$y = 2\sin x - 1$



از روی نمودار هم می‌توان فهمید

$y = [2\sin x - 1]$



۳ـ

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] = [8(-\tfrac{1}{2})^3 - (-\tfrac{1}{2})]$$

$$= [8(\tfrac{-1}{8}) + \tfrac{1}{2}] = [-1 + \tfrac{1}{2}] = [-\tfrac{1}{2}] = -1$$

چون داخل براکت عدد صحیح نشد نیازی به بررسی حد چپ و راست نبود

۴ـ

$$\lim_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [-\frac{2}{x^2}]}$$

ابتدا حاصل براکت ها را بدست می آوریم

$$x < -\tfrac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \tfrac{1}{4} \Rightarrow \tfrac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \tfrac{3}{x^2} < 12$$

$$\Rightarrow [\tfrac{3}{x^2}] = 11$$

$$x < -\tfrac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \tfrac{1}{4} \Rightarrow \tfrac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \tfrac{-2}{x^2} > -8 \Rightarrow [\tfrac{-2}{x^2}] = -8$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{-8^- + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

۵ـ

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x} = \overbrace{\lim_{x\to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{1 + \cos \pi x}}^{\frac{0}{0}} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1 - \cos^2 \pi x}{1 + \cos \pi x}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{\cancel{(1+\cos \pi x)}(1 - \cos \pi x)}{\cancel{1 + \cos \pi x}} = \lim_{x\to 1^+} (1 - \cos \pi x) = 1 - (-1) = 2$$

حد مبهم بود که با حذف عامل صفرشونده رفع ابهام شد

۶ـ

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{1}}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}$$

$$= \lim_{x\to -1} \frac{-x-1}{x+1} \times \frac{3}{1} \times \frac{1}{2} = -1 \times 3 \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} = \frac{2-7+5}{2-2} = \frac{0}{0}$$ ۷-

$$\lim_{x\to 1} \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} \times \frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}} = \frac{2x-7\sqrt{x}+5}{4x^2-3x-1} \times 4$$ ۲

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(2\sqrt{x}-5)}{\cancel{(x-1)}(4x+1)} \times 4 = \lim_{x\to 1} \frac{4\times(2\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(4x+1)}$$

$\sqrt{x}+1$

$$= \frac{4\times(-3)}{2\times 5} = \frac{-12}{10} = -1{,}2$$

۸ - با توجه به اینکه مخرج برابر صفر شده احاصل $\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4}$

حد عدد حقیقی است پس حد صفر بوده پس حد صورت هم باید صفر باشد

$$\lim_{x\to 0}(a+\sqrt{bx+c}) = a+\sqrt{c} = 0 \Rightarrow \boxed{\sqrt{c} = -a}\ \mathrm{I}$$ ۲

$$\lim_{x\to 0} \frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} \overset{hop}{\Rightarrow} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1} = \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{c} = 2b = -a \Rightarrow ab = -\sqrt{c}\times\frac{\sqrt{c}}{2} = \frac{-c}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-c/2}{c} = -\frac{1}{2}$$

۹-

$$\lim_{x\to -2\pi} \frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to -2\pi^+} \frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{4+(-2k)}{0^+} = +\infty$$ ۲

$$\lim_{x\to -2\pi^-} \frac{4+k[\frac{x}{\pi}]}{\sin x} = \frac{4+(-3k)}{0^-} = +\infty$$

$[-2] = -2$

$\Rightarrow$ با توجه به صورت ها داریم: $4-2k>0 \Rightarrow k<2$ ؛ $4-3k<0 \Rightarrow k>\frac{4}{3}$ $\Big|\ -2<-k<-\frac{4}{3} \Rightarrow [-k]$

۱.

$$\lim_{x\to ۸} \frac{b\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۲b}{ax-b} = \frac{۲b-۲b}{۸a-b} = \frac{۰}{۸a-b} \neq ۰$$

پس باید $۸a-b=۰$ باشد تا رفع ابهام کنیم : I $\quad ۸a-b=۰ \Rightarrow b=۸a$

$$\lim_{x\to ۸} \frac{۸a\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۱۶a}{ax-۸a} = \frac{۸\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۱۶}{x-۸} = \frac{۰}{۰}$$

$$= \lim_{x\to ۸} \frac{۸\sqrt{۲+\sqrt[۳]{x}}-۱۶}{x-۸} \overset{H.P}{\Longrightarrow} \lim_{x\to ۸} \frac{\dfrac{۸\times\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}}{۲\sqrt{(۲+\sqrt[۳]{x})}}}{۱}$$

$$= \frac{۸\times\frac{۱}{۳\times۴}}{۲\times۲} = \frac{\frac{۲}{۳}}{۴} = \frac{۱}{۶}$$

۲