۱-

الف) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

ب) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x+5}{x+1} = 3$

ج) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x+5}{x+1} = 3$

د) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x+7}{[x^2]} = \dfrac{7}{0^+} = +\infty$

---

۲-

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} 4[x]-2 = (4\times 2)-2 = 6$

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} [4x-2] = [10^-] = 9$

ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3^-} 4x-2\right] = 10$

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+} 4x-2\right] = 10$

---

۳-

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{3[x]+1}{2} = \dfrac{6+1}{2} = \dfrac{7}{2}$

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} \left[\dfrac{3x+1}{2}\right] = [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{3x+1}{2}\right] = 5$

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{3x+1}{2}\right] = 5$

---

۴-

الف) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5}$ $\xrightarrow{1^+} \dfrac{-4}{0^-} = +\infty$ , $\xrightarrow{1^-} \dfrac{-4}{0^+} = -\infty$

$x^2-6x+5 = (x-1)(x-5)$

| | 1 | | 5 | |
|---|---|---|---|---|
| + | 0 | − | 0 | + |

ب) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-4}{x^2-6x+9} = \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

$x^2-6x+9 = (x-3)^2$

| | 3 | |
|---|---|---|
| + | 0 | + |

---

۵-

$\lim\limits_{x\to -3} [-3x]-[5x]$ $\xrightarrow{-3^+} [9^-]-[-15^+] = 23$ , $\xrightarrow{-3^-} [9^+]-[-15^-] = 25$

ب) $\lim\limits_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\dfrac{-1}{x^4}\right]$ : $x<-\dfrac{1}{2} \to x^4>\dfrac{1}{16} \to \dfrac{1}{x^4}<16 \to -\dfrac{1}{x^4}>-16 \to [-16^+] = -16$

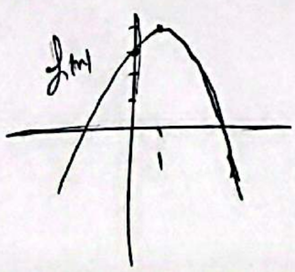
---

۶-

$f(x) = 4x^3-3x^4+3 \to f'(x) = 12x^2-12x^3 = 12x^2(1-x) \to$

| | 0 | | 1 | |
|---|---|---|---|---|
| + | 0 | + | 0 | − |

$\begin{cases} f(1) = 4 \\ f(0) = 3 \end{cases}$




الف) $\lim\limits_{x\to 1} [f(x)]$ $\xrightarrow{1^+} [4^-] = 3$ , $\xrightarrow{1^-} [4^-] = 3$

ب) $\lim\limits_{x\to 0} [f(x)]$ $\xrightarrow{0^+} [3^+] = 3$ , $\xrightarrow{0^-} [3^-] = 2$

کامیار رئیسی

۷- الف) $\lim_{x\to2}\frac{|x^3-8|}{x^2-4} \xrightarrow{2^+} \frac{x^3-8}{x^2-4}=\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}=\frac{12}{4}=3$

$\xrightarrow{2^-} \frac{-(x^3-8)}{x^2-4}=-\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}=\frac{-12}{4}=-3$

ب) $\lim_{x\to\pi}\frac{|\sin x|}{\sin 2x} \xrightarrow{\pi^+} \frac{-\sin x}{\sin 2x}=-\frac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{\pi^-} \frac{\sin x}{\sin 2x}=\frac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x}=\frac{-1}{2}$

---

۸- الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x} \xrightarrow{\frac{3\pi}{2}^+} \sqrt{0^+}=0$

$\xrightarrow{\frac{3\pi}{2}^-} \sqrt{0^-}=$ تعریف نشده

ب) $\lim_{x\to0}\sqrt{x-2\sqrt{x}} \xrightarrow{0^+} \sqrt{0^+-2\sqrt{0^+}}=0$

$\xrightarrow{0^-} \sqrt{0^--2\sqrt{0^-}}=$ تعریف نشده

---

۹- الف) $\lim_{x\to0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} \xrightarrow[{[0^+]=0,\ (-1)^0=1}]{\sin 0^+=0^+} \frac{1}{x^3-x^2}=\frac{1}{0^-}=-\infty$

$x^3-x^2=x^2(x-1)$

| $x$ | | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

ب) $\lim_{x\to2}\frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} \xrightarrow{2^+} \frac{2^{+2}-4}{2^+-2}=\frac{0^+}{0^+} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{x^2-4}{x-2}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{x-2}}=4$

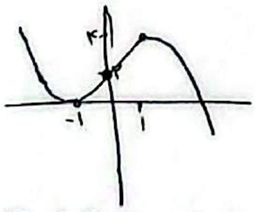
$\xrightarrow{2^-} \frac{x^2-3}{x-1}=1$

---

۱۰- الف) $y=5x^3-3x^5+2 \longrightarrow y'=15x^2-15x^4=15x^2(1-x^2) \rightarrow$

| $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| ↘ | ↗ | | ↗ | ↘ |

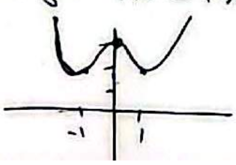
$f(0)=2$
$f(1)=4$
$f(-1)=0$




ب) $x^4-2x^2+3 \longrightarrow y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)=4x(x-1)(x+1) \rightarrow$

| $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| ↘ | ↗ | ↘ | ↗ | |

$f(1)=2$
$f(0)=3$
$f(-1)=2$




طاهر رحیمی