

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۸... کلاس دوم از دهم دبیرستان

۱

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4+1}{2+1} = \frac{5}{3} = 1.66$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4+1}{2+1} = \frac{5}{3} = 1.66$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4+1}{2+1} = \frac{5}{3} = 1.66$

تعریف شدن $\frac{1}{0} \rightarrow \infty$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$

۲

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} [x] - 2 = \lim_{x \rightarrow 3^-} x - 2 = 3 - 2 = 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} [4x-2] = \lim_{x \rightarrow 3^-} [12-2] = 10$

ج) $[\lim_{x \rightarrow 3^-} 4x-2] = [10] = 10$

د) $[\lim_{x \rightarrow 3^+} 4x-2] = [\lim_{x \rightarrow 3^+} 12-2] = [10] = 10$

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \left[\frac{3x+1}{2} \right] = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left[\frac{10}{2} \right] = [5] = 5$

ج) $\left[\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3x+1}{2} \right] = \left[\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{10}{2} \right] = [5] = 5$

د) $\left[\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x+1}{2} \right] = \left[\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{10}{2} \right] = [5] = 5$

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-5}{(x-5)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \rightarrow \begin{cases} 1^+ \rightarrow \frac{1}{0^+} = +\infty \\ 1^- \rightarrow \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-4}{(x-2)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} [-3x] - [5x] = \begin{cases} 3^+ \rightarrow [-9] - [15] = -24 \\ 3^- \rightarrow [-9] - [15] = -24 \end{cases}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} \left[\frac{-1}{x^4} \right] = [-16^+] = -16$

$x < \frac{1}{4} \rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \rightarrow \frac{1}{x^4} < 16 \rightarrow \frac{-1}{x^4} > -16$

مادقیقا باید تا کدام عبارت از $\lim$ استفاده کنیم

اگر طرف آن $+\infty$ باشد باید در نهایت بییم حد ندارد حد ندارد

حد ندارد

⑥ ابتدا مشتق گرفته و با جدول تعیین علامت حد را می یابیم.

$$f = -3x^4 + 4x^3 + 3$$

$$\rightarrow f' = -12x^3 + 12x^2$$

$$\rightarrow -12x^2(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

⑦

0	1
+	-

$$\lim_{x \rightarrow 1} [4x^3 - 3x^4 + 3]$$

$$\begin{aligned} 1^+ &\rightarrow [4 - 3 + 3] = [4] = 3 \\ 1^- &\rightarrow [4 - 3 + 3] = [4] = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0^+ &\rightarrow [0 - 0 + 3] = [3] = 1 \\ 0^- &\rightarrow [0 - 0 + 3] = [3] = 1 \end{aligned}$$

اینجا به روش تعین علامت حد (استفاده از علامت) می‌کنیم

تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را در نظر بگیرید.

برای $x=1$ حد از چپ و راست:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^3 - 3x^2 + 3x) = [1 - 3 + 3] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 3x^2 + 3x) = [1 - 3 + 3] = 1$$

برای $x=0$ حد از چپ و راست:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^3 - 3x^2 + 3x) = [0 - 0 + 0] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^3 - 3x^2 + 3x) = [0 - 0 + 0] = 0$$

نتیجه: تابع در $x=1$ و $x=0$ پیوسته است.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^3 - 8|}{x^2 - 4}$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x^2 + 4x + 8)}{(x-2)(x+2)} = \frac{4 + 8 + 8}{4 - 4} = \frac{20}{0} = +\infty$$

از راست:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-(x-2)(x^2 + 4x + 8)}{(x-2)(x+2)} = \frac{-20}{0} = -\infty$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{|\sin x|}{\sin x \cos x}$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sin x}{\sin x \cos x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

از راست:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^+} = 0$$

از راست:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \sqrt{\cos x} = \sqrt{0^-} = \text{تعیین نشده}$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x-2} \sqrt{x}$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x-2} \sqrt{x} = \sqrt{-2} \cdot 0 = 0$$

از راست:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x-2} \sqrt{x} = \sqrt{-2} \cdot 0 = 0$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2(x-1)}$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(-1)^{[0^+]}}{x^2(x-1)} = \frac{-1}{0^+ \cdot (-1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

از راست:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - [x^+]}{x - [x^+]} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 2}{x - 2} = \frac{0 - 2}{-2} = 1$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} [x^3 - 3x^2 + 3x]$

از چپ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} [x^3 - 3x^2 + 3x] = [0 - 0 + 0] = 0$$

از راست:

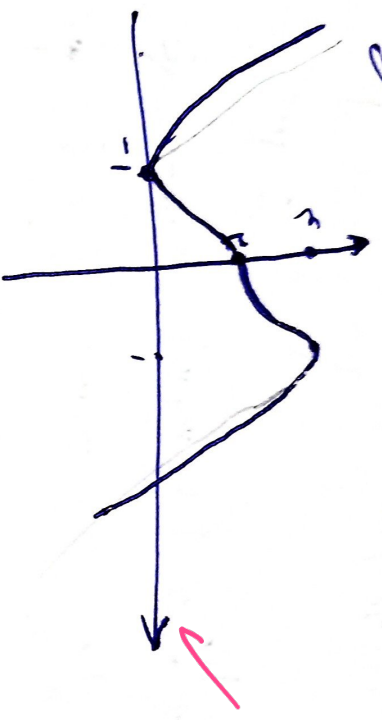
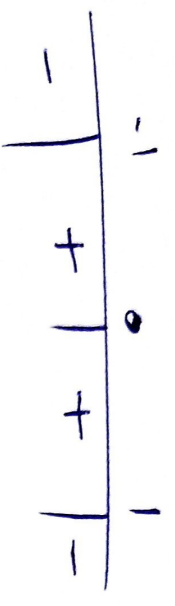
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [x^3 - 3x^2 + 3x] = [0 - 0 + 0] = 0$$

نتیجه: حد وجود ندارد.

10

35) $-x^2 + 2x^3 + 5 = y$ Curve $-10x^2 + 10x^3 = y' \rightarrow -10x^2(x^3 - 1) = 0$

$x=0$
 $x=t$



2

$y = x^2 - x^3 + 10 \rightarrow y' = 2x^2 - 3x^2 = -x^2 \rightarrow -x^2(x^2 - 1) = 0 \rightarrow x=0$
 $\rightarrow x=t$

