نوبادامی تکلیف ۷

۱۹ آذر سوالات را با دقت بخوان

①

$۸\cos x - \tan^۲ x = ۱ \rightarrow ۱ + \tan^۲ x = ۸\cos x \rightarrow \frac{۱}{\cos^۲ x} = ۸\cos x$

$۸\cos^۳ x = ۱ \rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲} \rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ و $\boxed{\frac{\pi}{۳} \text{ و } \frac{۵\pi}{۳}}$ ✓

$x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲}$

۲

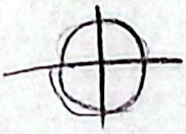
---

②

$۵\sin^۲ x + ۲\cos ۳x = -۲ \rightarrow ۵(۱ - \cos^۲ x) + ۲(۴\cos^۳ x - ۳\cos x) = -۲$

$۸\cos^۳ x - ۵\cos^۲ x - ۶\cos x + ۷ = ۰$

$۸t^۳ - ۵t^۲ - ۶t + ۷ = ۰$



$\cos x = -۱$, $x \in \boxed{\pi \text{ و } -\pi}$ ✓ $\leftarrow (t+۱)(۸t^۲ - ۱۳t + ۷)$

۲ جواب

جواب ندارد $\Delta = ۱۶۹ - \underbrace{۵۶\times۴}_{۲۲۴} < ۰$

۲

---

③

$\sin x(۲\cos ۲x + ۱) = ۱$

$\sin x(۲(۱ - ۲\sin^۲ x) + ۱) = ۱$

$\sin x(-۴\sin^۲ x + ۳) = ۱ \rightarrow \sin ۳x = ۱ \rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow x = \boxed{\frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۶}} = \frac{(۴k+۱)\pi}{۶}$

$x = \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶}, \frac{۹\pi}{۶} \rightarrow S = \frac{\pi}{۶} + \frac{۵\pi}{۶} + \frac{۹\pi}{۶} = \frac{۱۵\pi}{۶} = \frac{۵\pi}{۲}$

۱/۵

---

④

$\frac{۱}{\sin(\frac{\pi}{۲} + ۳x)} + \frac{۱}{\cos(\frac{\pi}{۲} + ۴x)} = ۰ \rightarrow \frac{۱}{\cos ۳x} - \frac{۱}{\sin ۴x} = \frac{\sin ۴x - \cos ۳x}{\cos ۳x \sin ۴x}$

۲

$\frac{۲\sin ۲x\cos ۲x - \cos ۲x}{۲\cos ۲x\sin ۲x\cos ۲x} = \frac{(۲\sin ۲x - ۱)\cancel{\cos ۲x}}{۲\sin ۲x\cos ۲x\cancel{\cos ۲x}} = ۰ \rightarrow \sin ۲x = \frac{۱}{۲} \rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$

$\boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲}}$

$x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$

$\boxed{x = k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲}}$

$\frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} = \alpha = \frac{۴\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۳} \rightarrow \tan\frac{۲\pi}{۳} = \boxed{-\sqrt{۳}}$

---

⑤

$\cos(x + \frac{\pi}{۴}) = \sin(\frac{\pi}{۴} - x) = -\sin(x - \frac{\pi}{۴}) = \boxed{\frac{-\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}\sin(x - \frac{\pi}{۴})} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x) = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۲ $\cos x - \sin x = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$

$\underline{\cos^۲ x + \sin^۲ x} - ۲\sin x\cos x = \frac{۲}{۳}$

$m \times \frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{\sqrt{۳}} - ۳\sqrt{۳}\times\cancel{\sqrt{۲}}\sin ۲x = \cancel{\sqrt{۲}}\times\sqrt{۳}$ Ⅰ

$\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۳}m - ۳\cancel{\sqrt{۲}}\sin ۲x = \cancel{\sqrt{۲}}\,۱ \longrightarrow \frac{m}{۳} - ۱ = ۱ \rightarrow \boxed{m = ۶}$ ✓

$۱ - \sin ۲x = \frac{۲}{۳}$

$\sin ۲x = \frac{۱}{۳}$ Ⅱ

$\sin(\underbrace{x+\frac{\pi}{۲}}_{\alpha})\cos(\underbrace{x-\frac{\pi}{۳}}_{\beta})=۱$

$\alpha-\beta=\frac{\pi}{۲} \to \alpha=\beta+\frac{\pi}{۲} \to \sin(x-\frac{\pi}{۳}+\frac{\pi}{۲})\cos(x-\frac{\pi}{۳})=۱$

۲

$\cos(x-\frac{\pi}{۳})\cos(x-\frac{\pi}{۳})=۱ \to \cos^۲(x-\frac{\pi}{۳})=۱ \to \cos(x-\frac{\pi}{۳})=۱$

$\cos(x-\frac{\pi}{۳})=-۱$

$x-\frac{\pi}{۳}=k\pi \to x=k\pi+\frac{\pi}{۳} \to$ ها $\boxed{x=\frac{\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}}$

(۷)

$\sin x+\sqrt{۳}\cos x=\sqrt{۲} \to \frac{۱}{۲}\sin x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \to \sin(x+\frac{\pi}{۳})=\sin\frac{\pi}{۴}$

$x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴} \to x=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}-\frac{\pi}{۳}=\frac{۲۴k\pi-\pi}{۱۲}=\frac{(۲۴k-۱)\pi}{۱۲} \to \boxed{\frac{-\pi}{۱۲}, \frac{۲۳\pi}{۱۲}}$

$x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{۳\pi}{۴} \to x=۲k\pi+\frac{۳\pi}{۴}-\frac{\pi}{۳}=\frac{(۲۴k+۵)\pi}{۱۲} \to \boxed{\frac{۵\pi}{۱۲}}$

۲

$\frac{۵\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۲۳\pi}{۱۲}=\frac{۲۷\pi}{۱۲}=\boxed{\frac{۹\pi}{۴}}$ ✓

(۸)

$۴\sin x\sin(\frac{۳\pi}{۲}-x)=۱ \to -۴\sin x\cos x=۱ \to \sin ۲x=-\frac{۱}{۲} \to ۲x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \to x=k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

$۲x=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶} \to x=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}$

۳۰ ۲۶

$\frac{۱۱\pi}{۱۲}, \frac{۲۳\pi}{۱۲}, \frac{۷\pi}{۱۲}, \frac{۱۹\pi}{۱۲} \Rightarrow \frac{(\cancel{۱۱}+\cancel{۲۳}+\cancel{۷}+\cancel{۱۹})\pi}{۱۲}=\boxed{۵\pi}$ ✓

۲

(۹)

$(۱+\cos(۲\alpha))(۱+\cos(۴\alpha))(۱+\cos(۸\alpha))=\frac{۱}{۸} \to ۲\cos^۲\alpha\times ۲\cos^۲ ۲\alpha\times ۲\cos^۲ ۴\alpha=\frac{۱}{۸}$

$\cos\alpha\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha=\pm\frac{۱}{۸} \to \underbrace{\sin\alpha\cos\alpha}\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha=\pm\frac{۱}{۸}\sin\alpha$

$\underbrace{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha}$

$\underbrace{\frac{۱}{۴}\sin ۴\alpha}$

۲

$\frac{\cancel{۱}}{\cancel{۸}}\sin ۸\alpha=\pm\frac{\cancel{۱}}{\cancel{۸}}\sin\alpha \to \sin ۸\alpha=\pm\sin\alpha$

$۸\alpha=k\pi\pm\alpha \to \alpha=\frac{k\pi}{۷} \to \frac{۶\pi}{۷}\ \max$

$\alpha=\frac{k\pi}{۹} \to \boxed{\frac{۸\pi}{۹}\max} \to \boxed{\max}$ ✓

(۱۰)

$S=\frac{۹\pi}{۸}+\frac{۱۱\pi}{۸}+\frac{۱۳\pi}{۸}+\frac{۱۵\pi}{۸}=\frac{۴۸\pi}{۸}=۶\pi$

$\tan x\times\tan(۳x)=۱ \longrightarrow \tan ۳x=\cot x=\tan(\frac{\pi}{۲}-x)$

$\tan x\times\cot x=۱$

۱,۵

$۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x \to \boxed{x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}}$

$\downarrow$

$\frac{(۲k+۱)\pi}{۸}$ $\boxed{\frac{۹\pi}{۸}, \frac{۱۱\pi}{۸}, \frac{۱۳\pi}{۸}, \frac{۱۵\pi}{۸}}$

اشتراک ندارد

$x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲} \to$ جوابهای!

$۳x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲} \to x\neq\frac{k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶} \to \frac{(۲k+۱)\pi}{۶}$ با جوابهای اشتراک ندا