۱۸/۵

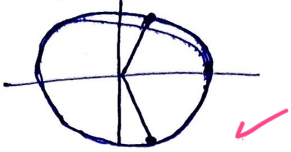
نام و نام خانوادگی ...آریا طالش...

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۷... کلاس ...دوازدهم پسران ۹B...

۱

$۸\cos x - \tan x^۲ = ۱ \rightarrow ۸\cos x = ۱ + \tan x^۲ \rightarrow ۸\cos x = \frac{۱}{\cos x^۲} \rightarrow \cos x^۳ = \frac{۱}{۸}$

$\rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲}$ و $\cos x \neq 0$



$\rightarrow$ ۲ پاسخ ✓ ۲

۲

$۵(۱-\cos\alpha^۲) + ۲(۴\cos^۳\alpha - ۳\cos\alpha) = -۲$

$\rightarrow ۸\cos^۳\alpha - ۵\cos^۲\alpha - ۶\cos\alpha + ۷ = 0 \rightarrow (\cos\alpha+۱)\overbrace{(۸\cos^۲\alpha - ۱۳\cos\alpha + ۷)}^{\Delta<0} = 0$

$\rightarrow \cos\alpha = -۱ \rightarrow \alpha = ۲k\pi + \pi \rightarrow \{\pi, -\pi\} \rightarrow$ ۲ پاسخ ✓ ۲

۳

$\sin x(۲\cos ۲x + ۱) = ۱ \rightarrow \sin x(۲(۲\cos^۲ x - ۱) + ۱) = ۱$

$\rightarrow \sin x(۴\cos^۲ x - ۱) = ۱ \rightarrow \sin x(۴ - ۴\sin x^۲ - ۱) = ۱$ ۲

$\rightarrow ۳\sin x - ۴\sin x^۳ = ۱ \rightarrow \sin(۳x) = ۱ \rightarrow ۳x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$

$\rightarrow x = \frac{۴k\pi}{۶} + \frac{\pi}{۶} \rightarrow \{\frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶}, \frac{۹\pi}{۶}\} \rightarrow \frac{۱۵\pi}{۶} \rightarrow$ ~~مجموع~~ ✓

۴

$\frac{۱}{\sin(\frac{\pi}{۲}+۲x)} + \frac{۱}{\cos(\frac{\pi}{۲}+۴x)} = 0 \rightarrow \frac{۱}{\cos ۲x} = \frac{۱}{\sin ۴x} \rightarrow \cos ۲x = ۲\sin ۲x\cos ۲x$

$\sin ۲x = \frac{۱}{۲} \rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲}$

$\rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \rightarrow x = k\pi + \frac{۵\pi}{۱۲}$

$\rightarrow \cos ۲x = 0$ غ ق ق

$\rightarrow x = \{\frac{\pi}{۱۲}, \frac{۵\pi}{۱۲}\}$ $\alpha = \frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۳}$ ۲

$\tan(۲\alpha) = \tan(\frac{۲\pi}{۳}) = -\sqrt{۳}$ ✓

۵

۱/۵

$\cos(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \rightarrow \cos x\cos\frac{\pi}{۴} - \sin x\sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x) = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$

$\rightarrow \underbrace{\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{۳}}_{(I)} \rightarrow \cos x^۲ + \sin x^۲ - ۲\cos x\sin x = \frac{۲}{۹} \rightarrow \boxed{\sin ۲x = \frac{۷}{۹}}$ II

$m\times(\cos x - \sin x) - ۳\sqrt{۶}\sin ۲x = \sqrt{۶} \rightarrow \frac{m\sqrt{۲}}{۳} - \frac{۷\sqrt{۶}}{۹} = \sqrt{۶} \rightarrow m = \frac{۱۶\sqrt{۶}}{۹}\times\frac{۳}{\sqrt{۲}} = \boxed{\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۳}}$

$\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos(x-\frac{\pi}{۳}) =$ ~~$\sin(x+\frac{\pi}{۶})\sin(\frac{\pi}{۳}-x) = ۱$~~

$\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos(\frac{\pi}{۳}-x) = \sin(x+\frac{\pi}{۶})\sin(x+\frac{\pi}{۶}) = \sin(x+\frac{\pi}{۶})^{۲} = ۱$ ۶

$\longrightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۶}) = \pm۱ \longrightarrow x+\frac{\pi}{۶} = k\pi+\frac{\pi}{۲} \rightarrow x = k\pi+\frac{\pi}{۳}$

پاسخ های $\longrightarrow \{\frac{\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}\} \longrightarrow$ ۲ عدد ✓ ۲

$۲(\frac{۱}{۲}\sin x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x) = \sqrt{۲} \rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{۳}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\rightarrow x+\frac{\pi}{۳} = ۲k\pi+\frac{\pi}{۴} \rightarrow x = ۲k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

$\rightarrow x+\frac{\pi}{۳} = ۲k\pi+\frac{۳\pi}{۴} \rightarrow x = ۲k\pi+\frac{۵\pi}{۱۲}$

$\rightarrow \{-\frac{\pi}{۱۲}, \frac{۲۳\pi}{۱۲}, \frac{۵\pi}{۱۲}\}$ ۲

مجموع ←

$-\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۲۳\pi}{۱۲}+\frac{۵\pi}{۱۲} = \boxed{\frac{۲۷\pi}{۱۲}}$ ✓

$۴\sin x\sin(\frac{۳\pi}{۲}-x) = ۱ \longrightarrow ۴\sin x\times(-\cos x) = ۱ \rightarrow \sin(۲x) = -\frac{۱}{۲}$

$\longrightarrow ۲x = ۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \rightarrow x = k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

$\longrightarrow ۲x = ۲k\pi-\frac{۵\pi}{۶} \rightarrow x = k\pi-\frac{۵\pi}{۱۲}$

$\rightarrow \{\frac{۱۱\pi}{۱۲}, \frac{۲۳\pi}{۱۲}, \frac{۷\pi}{۱۲}, \frac{۱۹\pi}{۱۲}\}$ ۸

۲

$\longrightarrow \frac{۱۱\pi+۲۳\pi+۷\pi+۱۹\pi}{۱۲} = \frac{۶۰\pi}{۱۲} = \boxed{۵\pi}$ ✓

$(۱+\cos(۲\alpha))(۱+\cos(۴\alpha))(۱+\cos(۸\alpha)) = ۲\cos\alpha^{۲}\times۲\cos(۲\alpha)^{۲}\times۲\cos(۴\alpha) = \frac{۱}{۸}$

$\rightarrow \frac{\cos\alpha\times\cos(۲\alpha)\times\cos(۴\alpha)\times\sin\alpha}{\sin\alpha} = \pm\frac{۱}{۸} \longrightarrow \frac{۱}{۸}\sin۸\alpha = \pm\frac{۱}{۸} \rightarrow \sin۸\alpha = \pm۱$

$\longrightarrow ۸\alpha = k\pi+\frac{\pi}{۲} \rightarrow \alpha = \frac{۲k\pi}{۱۶}+\frac{\pi}{۱۶} \rightarrow A = \{\frac{\pi}{۱۶}, \frac{۳\pi}{۱۶}, \frac{۵\pi}{۱۶}, \dots, \frac{۱۵\pi}{۱۶}\}$

ماکزیمم آن ←

۱/۲۵

$\tan x\tan۳x = ۱ \rightarrow \tan۳x = \cot x \longrightarrow ۳x = \frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$

$\longrightarrow x = \frac{۲k\pi}{۱۲}+\frac{\pi}{۱۲} \longrightarrow \{\frac{۷\pi}{۱۲}, \frac{۹\pi}{۱۲}, \frac{۱۱\pi}{۱۲}\} \rightarrow$ ۲ ۱۰

$\longrightarrow \frac{\pi+۹\pi+۱۱\pi}{۱۲} = \frac{۲۱\pi}{۱۲} =$ [illegible] $\rightarrow \boxed{\frac{۷\pi}{۴}}$ ✓

⑤

$$\cos(x+\frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \longrightarrow \cos x - \sin x = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۳}}{\frac{۱}{\sqrt{۲}}}$$

$$\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \xrightarrow{\text{گویا}} \frac{\sqrt{۶}}{۳} \longrightarrow \boxed{\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۶}}{۳}}$$

$$(\cos x - \sin x)^۲ = ۱ - \sin ۲x = \frac{۶}{۹} \longrightarrow \boxed{\sin ۲x = \frac{۱}{۳}}$$

$$m(\cos x - \sin x) - ۳\sqrt{۶}(\sin ۲x) = \sqrt{۶} \longrightarrow \frac{\sqrt{۶}}{۳}m - ۳\sqrt{۶}(\frac{۱}{۳}) = \sqrt{۶}$$

$$\frac{\sqrt{۶}}{۳}m - \sqrt{۶} = \sqrt{۶} \longrightarrow \frac{m\sqrt{۶}}{۳} = ۲\sqrt{۶} \longrightarrow \boxed{m = ۶}$$

---

⑨

$$۱ + \cos ۲x = ۲\cos^۲ x$$

$$\begin{cases} ۱+\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha \\ ۱+\cos ۴\alpha = ۲\cos^۲ ۲\alpha \\ ۱+\cos ۸\alpha = ۲\cos^۲ ۴\alpha \end{cases} ? \longrightarrow ۸\cos^۲\alpha \cos^۲ ۲\alpha \cos^۲ ۴\alpha = \frac{۱}{۸}$$

$$\cos^۲\alpha \cos^۲ ۲\alpha \cos^۲ ۴\alpha = \frac{۱}{۶۴} \xrightarrow{\sqrt{}} \cos\alpha \cos ۲\alpha \cos ۴\alpha = \frac{\pm ۱}{۸} \xrightarrow[\sin\alpha \neq ۰]{\times \sin\alpha \ *}$$

$$\underbrace{(\sin\alpha \cos\alpha)}_{\sin ۲\alpha} \cos ۲\alpha \cos ۴\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{۸} \longrightarrow \frac{۱}{۲}\underbrace{(\sin ۲\alpha \cos ۲\alpha)}_{\frac{۱}{۲}\sin ۴\alpha} \cos ۴\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{۸}$$

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}\underbrace{(\sin ۴\alpha \cos ۴\alpha)}_{\sin ۸\alpha} = \pm\frac{\sin\alpha}{۸} \longrightarrow \frac{۱}{\cancel{۸}} \sin ۸\alpha = \pm\frac{\sin\alpha}{\cancel{۸}}$$

$$\sin ۸\alpha = \pm\sin\alpha \longrightarrow \begin{cases} ۸\alpha = ۲k\pi + \alpha \ \underline{\text{یا}} \ ۲k\pi + \pi - \alpha \\ ۸\alpha = ۲k\pi - \alpha \ \underline{\text{یا}} \ ۲k\pi + \pi + \alpha \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{۲k\pi}{۷} \xrightarrow{\text{MAx A}} k = ۳ \longrightarrow x = \frac{۶\pi}{۷}$$

$$\alpha = \frac{۲k\pi}{۹} \xrightarrow{\text{MAx A}} k = ۴ \longrightarrow x = \frac{۸\pi}{۹}$$

$$\alpha = \frac{(۲k+۱)\pi}{۷} \xrightarrow{\text{MAx A}} k = ۲ \longrightarrow x = \frac{۵\pi}{۷}$$

$$\alpha = \frac{(۲k+۱)\pi}{۹} \xrightarrow{\text{MAx A}} k = ۳ \longrightarrow x = \frac{۷\pi}{۹}$$

$$\longrightarrow \boxed{\text{MAx}\ A = \frac{۸\pi}{۹}}$$

* A نمی‌تواند برابر خود π باشد چون طبق * Sinα را مخالف صفر در نظر گرفته‌ایم!