Date: ۱۴ Sub: ۱۳ بنام خدا دوازده تیر امیرعلی توکلی ✓

۱۹/۷۵ آفرین خیلی خوب نوشتی :)

①

الف)

$\cos 2x = 3\sin x - 1$

$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = 3\sin x - 1 \Rightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2$

②

$\Rightarrow (2\sin x - 1)(\sin x + 2) = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6} \ ✓ \\ 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \ ✓ \end{cases}$$

ب)

$\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = 0$

$(2\cos x + 3)(\cos x - 1) \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$ ✓

---

②

$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin 4x$

$\Rightarrow \overset{1}{\cancel{(\sin^2 x + \cos^2 x)}}(\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin 4x$

②

$\Rightarrow -\cos 2x = 2\sin 2x\cos 2x \Rightarrow \boxed{\sin 2x = -\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow k\pi - \frac{\pi}{12} \ ✓ \\ 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow k\pi + \frac{7\pi}{12} \ ✓ \end{cases}$$

$+ \cos 2x = 0$

$\hookrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ✓

ب) $2\cos^{۲}x + ۲\sin x\cos x = 1$

$\Rightarrow \cos 2x = -\sin 2x \overset{۲x=}{\Rightarrow} ۲k\pi - \frac{\pi}{۴}, ۲k\pi + \cancel{\pi - \frac{\pi}{۴}}\ \frac{۳\pi}{۴}$

$\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۸}$ ✓ $, k\pi + \frac{۳\pi}{۸}$ ✓

۳

۱/۷۵

الف) $\cot x\,(2\cos x+1) = \frac{1}{\cancel{\sin x}}$

$\frac{\cos x}{\cancel{\sin x}}$

$\Rightarrow ۲\cos^{۲}x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow (۲\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$

$\cos x = -1 \Rightarrow ۲k\pi + \pi$ ✗ $, \cos x = \frac{1}{۲} \Rightarrow ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ ✓

اگر $\cos x = -1$ باشد، $\sin x = 0$ است و عبارت تعریف نشده می‌شود

پس جواب غیر قابل قبول محسوب می‌شود

ب) $۲\sin^{۲}x - \sin x\cos x + \cos^{۲}x = ۲ \xRightarrow{\div \sin^{۲}}$

$\Rightarrow ۲ + \cot x + \cot^{2} = \frac{۲}{(\sin^{۲}x)} = ۲(1+\cot^{۲}x)$

$\Rightarrow ۲\cot^{۲}x + ۲ = ۲ - \cot x + \cot^{۲}x \Rightarrow \cot^{۲}x + \cot x = 0$

$\Rightarrow \cot x(\cot x + 1) = 0 \rightarrow \cot x = -1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{۳\pi}{۴}$ ✓

$\cot x = 0 \Rightarrow k\pi + \frac{\pi}{۲}$ ✓

④

الف) $\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(x-\frac{\pi}{۴})=\frac{1}{۴}$

۲

$\Rightarrow \cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}(\cos x-\sin x)\times\cancel{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}(\cos x+\sin x)\Rightarrow \cos^۲ x-\sin^۲ x=\frac{1}{۲}$

$\frac{1}{۲}$

$\Rightarrow \cos ۲x=\frac{1}{۲}\Rightarrow 2x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$ ✓

ب) $\cos(۲x-\frac{\pi}{۹})=-\sin ۲x=\cos(2x-\frac{\pi}{۹})=\sin(-۲x)$

$=\cos(۲x-\frac{\pi}{۹})=\cos(\frac{\pi}{۲}+۲x)\Rightarrow ۲x-\frac{\pi}{۹}=k\pi\pm(۲x+\frac{\pi}{۲})$

$\Rightarrow ۲x-\frac{\pi}{۹}=k\pi-۲x-\frac{\pi}{۲}\Rightarrow ۴x=۲k\pi-\frac{۷\pi}{۱۸}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}-\frac{۷\pi}{۷۲}$ ✓

⑤

$\frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=\frac{۲\sin ۲x\cos ۲x+\sin ۲x}{\sin ۲x}-\sin^۲ x$

۲

$\Rightarrow ۲\cos ۲x+1=\cos^۲ x \overset{+\sin^۲ x}{} \Rightarrow ۲(۲\cos^۲ x-1)+1=\overset{1}{\cancel{\cos^۲ x+\sin^۲ x}}$

$\Rightarrow ۴\cos^۲ x-۲\cancel{+1}=\cancel{1}\Rightarrow ۴\cos^۲ x=۲\Rightarrow \cos x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$ ✓

۶

$$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{1+\cos\frac{x}{۲}} = \frac{1}{\sin\frac{x}{۲}} + \cot\frac{x}{۲} = \frac{1+\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}}$$

$$\tan\frac{x}{۴} = \cot\frac{x}{۴} \Rightarrow \frac{x}{۴} = k\pi \pm \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = ۴k\pi \pm \pi$$

جواب‌ها $\Rightarrow \pi, -\pi \Rightarrow |\pi-(-\pi)| = \boxed{۲\pi}$ ✓

۷

$$\cos^۲ x - (\sin^۲ x \cos ۳x) = ۱$$

$$\cancel{\cos^۲ x} - (\sin^۲ x)(۴\cos^۳ x - ۳\cos x) = ۱ = \cancel{\cos^۲ x} + \sin^۲ x$$

$$\Rightarrow \sin^۲ x(1+\cos ۳x) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$\Rightarrow 0, \pi, ۲\pi$$

$\cos ۳x = ۲k\pi+\pi \Rightarrow \boxed{x = \frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۳}} \Rightarrow \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳}$ ✓ → ۵ جواب

۸

$$\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan ۳x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan\frac{\pi}{۴} - \tan x}{1+\tan\frac{\pi}{۴}\tan x} = \tan ۳x \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{۴}-x\right) = \tan ۳x$$

$۳x = k\pi + \frac{\pi}{۴} - x \Rightarrow ۴x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow$ ✓ $\boxed{x = \frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۱۶}}$

Date: Sub:

⑨

$\sqrt{1+\sin ۲x} = \sqrt{۲}\cos ۲x$

$1+\sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x \Rightarrow \sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x - 1$

$\rightarrow -\sin ۲x = ۲\sin^۲ ۲x - 1 \rightarrow ۲\sin^۲ ۲x + \sin ۲x - 1 = ۰$

$\rightarrow (۲\sin ۲x - 1)(\sin ۲x + 1) = ۰$

$\sin ۲x = 1 \rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$ ②

$۲\sin ۲x = 1 \rightarrow \sin ۲x = \frac{1}{۲} \rightarrow ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow k\pi + \frac{\pi}{۱۲}$

$\hookrightarrow ۲k\pi + \frac{۵\pi}{6} \rightarrow k\pi + \frac{۵\pi}{12}$

زیرا [illegible] در زیر رادیکال منفی

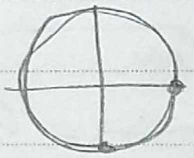
$\Rightarrow \frac{\pi}{۱۲}, \cancel{\frac{۵\pi}{۱۲}}, \cancel{\frac{\pi}{۴}}, \frac{۳\pi}{۴}$ ← ۲ جواب ✓

(۱۰

الف) $\sin^۴ x - \cos^۴ x = 1 \Rightarrow \sin^۲ x - \cos^۲ x = 1$

$\rightarrow 1 - ۲\cos^۲ x = 1 \rightarrow \cos^۲ x = ۰ \rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{۲}} \rightarrow \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}$ ✓ ②

ب) $\sin^۳ x - \cos^۳ x = -1$



→ ۳ جواب ✓

$\Rightarrow ۰, \frac{۳\pi}{۲}, ۲\pi$