الف)

$\cos ۲x = ۲\sin x - 1$ $\frac{1 + \cos ۲x}{۲} = \sin^۲ \Rightarrow 1 - \cos ۲x = ۲\sin x^۲$ ۱٫۷۵ ۱-

$1 - ۲\sin^۲ x = ۳\sin x - 1$ $1 - ۲\sin^۲ x = \cos ۲x$

$۲\sin x^۲ + ۳\sin x - ۲ = 0 \longrightarrow \sin x^۲ + ۳\sin x - ۴ = 0$ دقت کن!

$(\sin + ۴)(\sin x - 1) \Rightarrow \sin = -۴/۲ , \sin = +1/۲ \Rightarrow \sin x = +1/۲ \Rightarrow$

$x = ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} , ۲k\pi + ۱۱\pi/۶ = x$

$۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ یا $۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$

ب) $\cos ۲x + \cos x - ۲ = 0$ $\frac{1 + \cos ۲x}{۲} = \cos^۲ x \Rightarrow \cos ۲x = ۲\cos^۲ x - 1$

$۲\cos^۲ x + \cos x - ۳ = 0$

$\cos x^۲ + \cos x - ۹ = 0$ $(\cos x + ۳)(\cos x - ۲) \Rightarrow \cos x = 1$

$\cos x = \cos 0 \longrightarrow x = ۲k\pi \pm 0$ ✓ $= ۲$

الف)

$\sin^۴ - \cos^۴ = \sin ۴x$

$\cos^۲ - \sin^۲ = -(\sin^۴ - \cos^۴)$ ۱٫۵ ۲)

$\cos^۲ - \sin^۲ = -\sin ۴x = \cos ۲x \longrightarrow \sin(-۴x) = \cos ۲x = \sin(\frac{\pi}{۲} - ۲x)$

$-۴x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - ۲x \longrightarrow -۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \underline{k\pi - \frac{\pi}{۴}}$ ✓ ✗

ب)

$۲\cos^۲ + ۲\sin\cos = 1$

$۲\cos^۲ - 1 + ۲\sin\cos = 0 \longrightarrow \cos ۲a + \sin ۲a = 0$ $\cos ۲a = \sin(-۲a)$

$\sin(\frac{\pi}{۲} - ۲a) = \sin(-۲a) \longrightarrow -۲a = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - ۲a \Rightarrow 0$

$-۲a = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۲} + ۲a$ $-۴a = ۲k\pi + \pi/۲ \Rightarrow a = \frac{k\pi}{۲}$ ✓ $- \frac{\pi}{۸}$

[illegible] $\cot(x)(۲\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x}$ $\cos x(۲\cos x + 1) = 1$ ۱٫۷۵ ۳)

$۲\cos x^۲ + \cos x - 1 = 0$

[illegible] $\cos x \frac{-1 \pm ۳}{۴} = 1/۲ , -1$ $\cos x = 1/۲$ $x = ۲k\pi \pm \pi/۳$ ✓

$\cos x = -1 \Rightarrow x = ۲k\pi + \pi$ ✗

اگر cos x = -1 باشد، sin x = 0 است و عبارت تعریف نشده میشود
پس جواب غیر قابل قبول محسوب میشود

ب) $۲\sin^۲ - \sin x \cos x + \cos^۲ = ۲$

$\sin^۲ + 1 - \sin\cos = ۲ \Rightarrow \sin^۲ - 1 = \sin\cos = -\cos^۲$

$\sin = -\cos \longrightarrow \sin + \cos = 0$ $\sqrt{۲}\sin(x + \pi/۴) = 0$

Senobar $\sin(x + \frac{\pi}{۴}) = 0$ $x + \frac{\pi}{۴} = ۲k\pi \Rightarrow \boxed{x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴}}$ ✓

(۴

الف) $\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(x-\frac{\pi}{۴})=۱/۴$

۱/۵

$\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(\frac{\pi}{۴}-x)=۱/۴ \rightarrow \cos(\frac{\pi}{۴}+x)\sin(\frac{\pi}{۴}+x)=۱/۴$

$۱/۲\,\sin(\frac{\pi}{۲}+۲x)=۱/۴ \rightarrow ۱/۲\,\cos ۲x=۱/۴ \Rightarrow \cos ۲x=۱/۲$

$۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \longrightarrow (x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶})$ ✓

ب) $\cos(۲x-\frac{\pi}{۶})=-\sin ۲x=\sin(-۲x)=\cos(\frac{\pi}{۲}+۲x)$

$۲x-\frac{\pi}{۶}=۲k\pi\pm(\frac{\pi}{۲}+۲x) \longrightarrow ۲x-\frac{\pi}{۲}=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}+۲x$ ✗ $=$ ✗

$\longrightarrow ۲x-\cancel{\frac{\pi}{۲}}=۲k\pi-\cancel{\frac{\pi}{۲}}-۲x \rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}$ ✓

(۵

$\cos^۲+\sin^۲=۱$

$\frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}-\sin^۲=\cos^۲x \longrightarrow \frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=۱$

۲

$\sin ۴x+\sin ۲x=\sin ۲x$

$\sin ۴x=۰ \longrightarrow ۲k\pi+۰=۴x \rightarrow x=\boxed{\frac{k\pi}{۲}}\ ,\ \frac{(۲k+۱)\pi}{۴}$ ✓

(۶

$\frac{\sin x/۲}{۱+\cos x/۲}=\frac{۱}{\sin x/۲}+\cot x/۲=\frac{۱+\cos x/۲}{\sin x/۲}$

۲

$\tan x/۲=\frac{۱-\cos x/۲}{\sin x/۲} \longrightarrow ۱+\cos x/۲=۱-\cos x/۲$

$\cos x/۲=-\cos x/۲ \rightarrow \cos x/۲=\cos(\pi-x/۲)$

$x/۲=۲k\pi\pm(\pi-x/۲) \longrightarrow x/۲=۲k\pi+\pi-x/۲ \quad x=(۲k+۱)\pi$

$x/۲=۲k\pi-\pi+x/۲ \longrightarrow$ ✗ $\quad ۰ \quad -\pi \quad \pi$

$|\pi-(-\pi)|=\boxed{۲\pi}$ ✓

(۷

$\cancel{\cos^{۲}} x - \sin^{۲} \cos^{۳} x = \cancel{\cos^{۲}} x + \sin x^{۲}$

۱٫۵

$-\cos^{۳} x = 1 \qquad \cos^{۳} x = -1 \qquad = \cos\pi$

$\cos ۳x = \cos\pi \qquad ۳x = ۲k\pi \pm \pi \longrightarrow \left(x = \frac{۲k\pi}{۳} \pm \frac{\pi}{۳}\right)$

تعداد جواب ها؟

$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \qquad \frac{\frac{\cos - \sin}{\cos}}{\frac{\sin + \cos}{\cos}} \qquad \frac{\cos - \sin x}{\cos + \sin} = \tan(x۳)$

۸

$\frac{-\sin(x - \frac{\pi}{۴})}{\sin(x + \frac{\pi}{۴})} = \frac{\sin(\frac{\pi}{۴} - x)}{\sin(x + \frac{\pi}{۴})} = \frac{\cos(x + \pi/۴)}{\sin(x + \frac{\pi}{۴})} = \cot(x + \frac{\pi}{۴})$

۲

$\tan(\frac{\pi}{۴} - x) = \tan ۳x \longrightarrow ۳x =$ [illegible] $\longrightarrow ۴x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$

$k\pi + \frac{\pi}{۴} - x \longrightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$ ✓

$\sqrt{1 + \sin ۲x} = \sqrt{1 + ۲\sin\cos} = \sqrt{\cos^{۲} + ۲\sin\cos + \sin^{۲}} = |\cos + \sin|$

(۹

$\left|\cancel{\sqrt{۲}}\left(\sin x + \frac{\pi}{۴}\right)\right| = \sqrt{۲} \cos ۲x$

۱٫۵

$\sin(x + \frac{\pi}{۴}) = \cos ۲x \longrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{۴}) = \cos(\frac{\pi}{۴} - x)$

$\frac{\pi}{۴} - x = ۲k\pi \pm ۲x \longrightarrow -۳x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴} \qquad x = \frac{۲\pi k}{۳} + \frac{\pi}{۱۲}$

$x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۴}$

تعداد جواب ها؟

$\sin^{۴} - \cos^{۴} = 1 \qquad \sin^{۴} = 1 = \qquad \sin = \pm 1$

(۱۰

$x = +\frac{\pi}{۲} \qquad + \frac{۳\pi}{۲}$ ✓

صورت سوال را با دقت بخوان!

۱٫۵

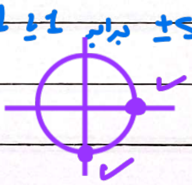
$\sin^{۳} - \cos^{۲} = -1 \qquad \sin^{۳} = 1 \qquad \sin x = 1 \Rightarrow x = \pi/۲$

$\cos^{۳} = -1 \qquad \cos x = -1 \longrightarrow x = \pi$

$x = \pi , \pi/۲$

در سوالات به فرم $\pm\sin^{n} x \pm \cos^{n} x$ برابر 1 یا -1 . فقط کافی است نقاط اصلی را چک کنی!

$\sin^{۴} x - \cos^{۴} x = 1$



$x = ۲k\pi \pm ۰$

$x = \frac{۳\pi}{۲}$

سوال ۲ الف)

$\sin^{۴}x - \cos^{۴}x = \sin ۴x \longrightarrow -(\cos^{۲}x - \sin^{۲}x) = \sin ۴x$

$-\cos ۲x = \sin ۴x \longrightarrow \sin ۴x + \cos ۲x = ۰ \longrightarrow ۲\sin ۲x \cos ۲x + \cos ۲x = ۰$

$\cos ۲x(۲\sin ۲x + ۱) = ۰ \longrightarrow \cos ۲x = ۰ \longrightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}$

$\longrightarrow \sin ۲x = -\frac{۱}{۲} \longrightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۱۲}$ یا $k\pi + \frac{۷\pi}{۱۲}$

سوال ۴ قسمت ب

$\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = -\sin ۲x$

$\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = \cos(\frac{\pi}{۲} + ۲x)$

$۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi \pm (\frac{\pi}{۲} + ۲x)$

حالت $+$ $\longrightarrow ۲k\pi + \frac{\pi}{۹} + \frac{\pi}{۲} = ۰$ ✗

حالت $-$ $\longrightarrow ۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} - ۲x$

$۴x = ۲k\pi - \frac{۷\pi}{۱۸} \longrightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{۷\pi}{۷۲}}$

سوال ۷

$\cos^{۲}x - \sin^{۲}x \cos ۳x = ۱ \xrightarrow{\cos^{۲}x = ۱ - \sin^{۲}x}$

$\cancel{۱} - \sin^{۲}x - \sin^{۲}x \cos ۳x = \cancel{۱} \longrightarrow \sin^{۲}x(۱ + \cos ۳x) = ۰$ → $\sin x = ۰$ ، → $\cos ۳x = -۱$

$\sin x = ۰ \longrightarrow x = k\pi \longrightarrow x = \overset{③}{۰}, \overset{②}{\pi}, \overset{①}{۲\pi}$

$\cos ۳x = -۱ \longrightarrow ۳x = ۲k\pi + \pi \longrightarrow x = \frac{۲k\pi + \pi}{۳} \longrightarrow x = \overset{⑤}{\frac{\pi}{۳}}, \pi, \overset{④}{\frac{۵\pi}{۳}}$

معادله ۵ جواب دارد

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \rightarrow 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0$$

$\sin 2x = -1$

$\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$$\sin 2x = -1 \rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0 \le x \le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0 \le x \le \pi} x = \frac{\pi}{12} \checkmark \text{ یا } \frac{5\pi}{12} \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید میکند ✓

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی میشود، چون جواب رادیکال است غ ق ق است

* معادله ۲ جواب دارد