۱۹/۲۵ آفرین

نام و نام خانوادگی ....آرین کبیری..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۶... کلاس ....

۱

الف) $\cos 2x = (1-\sin^2 x) - \sin^2 x = 3\sin x - 1 \to 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$\sin x = -2$ (غ ق ق) یا $\frac{1}{2} \to \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \to \boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{6},\quad 2k\pi + \frac{5\pi}{6}}$

۲

ب) $\cos^2 x - (1-\cos^2 x) + \cos x - 2 = 0$

$2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \to \cos x = -\frac{3}{2}$ (غیرقابل قبول) یا $1 \to \cos x = \cos\frac{\pi}{2}$

$\to \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}}$

۲

الف) $\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} - 4x) \to \cos 2x = -\sin 4x \to \cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} + 4x)$

$\to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + 4x \to \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{4}}$

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 4x \to \boxed{x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}}$

۲

ب) $2\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 \to \cos^2 x + 2\sin x\cos x = \sin^2 x \to \cos 2x = -\sin 2x$

$\cos 2x = \cos(\frac{\pi}{2} + 2x) \to 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \to \boxed{\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}}$

۳

الف) $\frac{1}{\sin x}(\underbrace{2\cos^2 x + \cos x - 1}_{\cos 2x + c}) = 0 \to \sin x \neq 0 \to \cos 2x = -\cos x$

$\to \cos(\pi - x)$

$\boxed{\begin{array}{l} \cancel{3}x = 2k\pi + \pi \to \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \\ \cancel{3}x = 2k\pi - \pi \end{array}}$

اگر $\cos x = -1$ باشد، $\sin x = 0$ است و عبارت تعریف نشده می‌شود
پس جواب غیر قابل قبول محسوب می‌شود

۱/۷۵

ب) $2\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

$\cos x(\cos x + \sin x) = 0 \to \cos x = 0 \to \boxed{x = 2k\pi}$

$\cos x = -\sin x \to \cos x = \cos(\frac{\pi}{2} + x) \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \to \boxed{k\pi - \frac{\pi}{4}}$

۴

الف) $\cos(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{4})\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4} \to \underbrace{-\sin(2x - \frac{\pi}{2})}_{2} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - 2x)}{2}$

$\cos 2x = \frac{1}{2} \to \cos 2x = \cos\frac{\pi}{3} \to \boxed{\cancel{2}x = \cancel{2}k\pi \pm \frac{\pi}{6}}$

ب) $\cos(2x - \frac{\pi}{9}) = \sin(-2x)$

$\sin(-2x) \to \cos(\frac{\pi}{2} + 2x) \to 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 2x = 2x - \frac{\pi}{9}$

$\to 2k\pi - \frac{7\pi}{18} = 4x \to \boxed{x = \frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{72}}$

۲

۵

$\frac{2\sin 2x\cos 2x + \sin 2x}{\sin 2x} = 2\cos 2x + \underbrace{1 - \sin^2 x}_{\cos^2 x} = \cos^2 x \to 2\cos 2x = 0$

$\cos 2x = 0 \to \cancel{2x = 2k\pi}$ $\to \cos 2x = \cos\frac{\pi}{2}$

$\to 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

$\sin 2x \neq 0 \to$ هیچ وقت به ازای جواب‌ها صفر نمی‌شود

$\boxed{x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}}$

۲

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} = \frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}} \to \left(1+\cos\frac{x}{2}\right)^2 = \sin^2\frac{x}{2} \to \cos^2\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}=0$$

$\sin\frac{x}{2}\neq 0$

$\cos\frac{x}{2}\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)=0$; $\cos\frac{x}{2} = 0$ (1) ; $\cos\frac{x}{2} = -1$ (2)

(1) $\frac{x}{2}=2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \to x=4k\pi\pm\pi$

(2) $\frac{x}{2}=2k\pi+\pi \to x=4k\pi+2\pi$

$\boxed{x=2k\pi+\pi}$

$x=-\pi, \pi \to \pi-(-\pi)=\boxed{2\pi}$

۲ ۶

$$\sin^2 x\cos 3x = \underbrace{1-\cos^2 x}_{\sin^2 x} \to \sin^2 x(1+\cos 3x)=0 \to \sin x=\sin 0$$

$x=2k\pi$, $x=2k\pi+\pi$ $\} \; x=k\pi$

$\cos 3x=\cos\pi \to 3x=2k\pi+\pi \to x=\left(\frac{2k+1}{3}\right)\pi$

$k\pi$: 0 و π و 2π

$\left(\frac{2k+1}{3}\right)\pi$: $\frac{\pi}{3}$ و π و $\frac{5\pi}{3}$

۵ جواب

۲ ۷

$$\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x} \to \underbrace{\cos 3x\cos x - \sin 3x\sin x = \sin 3x\cos x+\cos 3x\sin x}$$

$\cos 4x = \sin 4x$; $\sin 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)$

$\boxed{x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16}}$

۲ ۸

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sin x+\cos x \to \sin x+\cos x = \cancel{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right) = \cancel{\sqrt{2}}\cos 2x$$

$\cos\left(\frac{3\pi}{4}+x\right)=\cos 2x \to 2k\pi+\frac{3\pi}{4}=x \to x=\frac{3\pi}{4}$

$2k\pi-\frac{3\pi}{4}=3x \to \frac{2k\pi}{3}-\frac{\pi}{4}=x \to x=\frac{5\pi}{12}$

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، یک جواب را اشکال است ۰/۵ کسر شده است

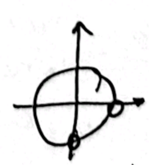
$x=\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{12} \to$ دو جواب

۱/۵ ۹

الف) $\cos 2x=\cos 0 \to \cos(\pi-2x)=\cos 0 \to 2k\pi=\pi-2x \to x=k\pi+\frac{\pi}{2}$

ها $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2} \to$ ۲ جواب

ب) $\sin^3 x-\cos^3 x=-1 \to \sin x=-1, \cos x=0$ یا $\cos x=1, \sin x=0$



0 و $\frac{3\pi}{2}$ و $2\pi \to$ ۳ جواب

۲ ۱۰

سوال ۹

$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$

$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \to \sin 2x = -1$ یا $\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0 \le x \le \pi} x = \frac{3\pi}{4}$ ✓

$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ یا $2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0 \le x \le \pi} x = \frac{\pi}{12}$ ✓ یا $\frac{5\pi}{12}$ ✗

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند ✓

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است مردود است

★ معادله ۲ جواب دارد