محمد صالح عسری

۱

$\tan\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 = BH$

$T = \frac{\pi}{|2|} = \frac{\pi}{2} = AC$ ✓ $S_{ABC} = \frac{AC \times BH}{2} = \frac{\frac{\pi}{2}\times 1}{2} = \frac{\pi}{4}$

۲

$x^2 - \sin a\, x - \frac{1}{4}\cos^2 a = 0 \xrightarrow{x=2/3}$

$\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\sin a - \frac{1}{4}(1-\sin^2) = 0$

$\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\sin a - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sin a^2 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین} \times 36} \Rightarrow 16 - 24\sin a + 9\sin^2 - 9$

$\rightarrow 9\sin a^2 - 24\sin a + 7 = 0 \xrightarrow{ac} \sin a^2 - 24\sin a + 63 = 0 \rightarrow (\sin - 3)(\sin - 21)$

$\rightarrow \sin a = 1/3$ $1+\tan^2 = \frac{1}{\sin a^2} \Rightarrow 1+\tan^2 = 9$

۳

$\log \sin a - \log(-\cos a) = \log 3 \rightarrow \log\frac{\sin a}{-\cos a} = \log 3$

$\frac{\sin a}{-\cos a} = 3 \longrightarrow \sin a = -3\cos a \longrightarrow \underbrace{\sin^2}_{-3\cos a} + \cos^2 = 1 = 9\cos a^2 + \cos^2 = 10\cos^2 = 1$

$\rightarrow \cos = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \longrightarrow \sin a = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$

$\frac{-3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{-4\sqrt{10}}{10} \rightarrow \sin a - \cos a = \frac{-2\sqrt{10}}{10}$

۴

$\sin^4 + \underbrace{\cos^2}_{1-\sin^2} = 4/5$

$\sin^4 - \sin^2 + 1 = 4/5 \quad = -1/5$

$\sin^2(\underbrace{\sin^2 - 1}_{-\cos^2}) = -1/5 \longrightarrow \sin^2\cos^2 = 1/5$

$\cos^4 + \underbrace{\sin^2}_{1-\cos^2} = \underbrace{\cos^4 - \cos^2 + 1}_{\cos^2(\cos^2-1) \,\downarrow\, -\sin^2} = -\sin^2\cos^2 + 1$

$\cos^4 + \sin^2 = -1/5 + 1 = 4/5$ ✓

۵

$\frac{3\sin x + \sin x\cos x}{2 - 2\cos^2} > 0 \quad \frac{\sin(3+\cos x)}{2(1-\cos^2)} = \frac{\sin(3+\cos x)}{2\,\sin^2\,\sin}$

$\frac{3+\cos}{2\sin} < 0$ (همواره + ؛ ⊖) $\Rightarrow \sin x =$ منفی است

− +	+ +
✓ − −	+ −

ناحیه سوم — همواره ⊕

$\sin x \tan x - \frac{1}{\cos} = \frac{\sin^2}{\cos}\cdot\frac{1}{\cos} = \frac{\sin^2 - 1}{\cos} > 0 \longrightarrow \cos x$ منفی است

همواره ⊖ باید باشد تا جواب داشته باشد

[redacted] $\frac{۲}{\sin x} + \frac{۳}{\cos x} = ۰$ (۶)

$\frac{۳\sin x + ۲\cos x}{\sin x \cos x} = ۰ \longrightarrow ۳\sin x + ۲\cos x = ۰ \longrightarrow ۳\sin x = -۲\cos x$

$\longrightarrow \frac{-۳}{۲}\sin x = \cos x$

$\sin^۲ + \cos^۲ = ۱ \quad — \quad \sin^۲ x + \frac{۹}{۴}\sin^۲ x = ۱ \rightarrow \frac{۱۳}{۴}\sin x^۲ = ۱$

$\sin x^۲ = ۴/۱۳ \longrightarrow \frac{۲\sqrt{۱۳}}{۱۳} \sin x \ , \ \cos x = \frac{-۳\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

$\tan x + \cos x = \frac{۱}{\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۲\sqrt{۱۳}}{۱۳} \times \frac{-۳\sqrt{۱۳}}{۱۳}} = ۱۳/-۶$

(۷)

$\frac{\sqrt{۱+\sin ۵۰}}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰}$

$\sin ۵۰ = \cos ۴۰ \longrightarrow \sqrt{۱+\cos ۴۰} = \sqrt{۲}\cos ۲۰ \checkmark$

$۲\cos ۲۰^۲$ ← فرمول طلایی

$\sin(۳۰+۲۰) + \sin(۳۰-۲۰) = \sin ۳۰ \cos ۲۰ + \sin ۲۰ \cos ۳۰ + \sin ۳۰ \cos ۲۰ - \sin ۲۰ \cos ۳۰$

$= ۲\sin ۳۰ \cos ۲۰ = \cos ۲۰$

$\longrightarrow \frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\cos ۲۰} = \sqrt{۲}$

(۸)

$(۱-۲\sin ۵۰^۲)(۲\cos ۱۰^۲ - ۱)\left(\frac{۱-\tan ۲۰^۲}{۱+\tan ۲۰^۲}\right) = ? = \cos ۱۰ \cos ۲۰ \cos ۴۰$

$\Rightarrow \frac{\sin ۱۰}{\sin ۱۰} \times \cos ۱۰ \times \cos ۲۰ \times \cos ۴۰ = ۱/۸ \frac{\cos ۱۰}{\sin ۱۰} = ۱/۸ \cot ۱۰$

($\cos ۱۰$, $۱/۲ \sin ۲۰ \cos ۲۰$, $۱/۲ \sin ۴۰$, $\cos ۱۰$, $۱/۲ \sin ۸۰$)

(۹)

$\sin + ۳\cos = ۲ \longrightarrow \sin = ۲ - ۳\cos \qquad \sin^۲ = ۴ - ۱۲\cos + ۹\cos^۲$ ($۱-\cos^۲$)

$۱۰\cos^۲ - ۱۲\cos + ۳ = ۰ \longrightarrow ۱۰\cos^۲ - ۱۲\cos x = -۳$

$۵\cos ۲x - ۱۲\cos = ۱۰\cos^۲ - ۱۲\cos - ۵ = ? \rightarrow -۸$

($۵\cos ۲x \rightarrow ۲\cos^۲ - ۱$; -۳)

۱۰

$\sin B \sin C = \cos^۲ \frac{A}{۲} \xrightarrow{\text{فرمول طلایی}} ۲\sin B \sin C = \cos A + ۱$

$A = ۱۸۰ - (B+C) \longrightarrow \cos A = \cos(۱۸۰ - (B+C))$

$۲\sin B \sin C = ۱ - \cos(B+C)$

$۲\sin B \sin = ۱ - \cos B \cos C + \sin B \sin C$

$\sin B \sin C = ۱ - \cos B \cos C$

$\cos B \cos C + \sin B \sin B = ۱ \qquad \cos(B-C) = ۱ \qquad B = C = ۷۲^\circ \Rightarrow A = ۳۶^\circ$