آفرین ۱۹,۷۵

بنام خدا

کیوان مکارم نسب

تکلیف شماره ۱۴

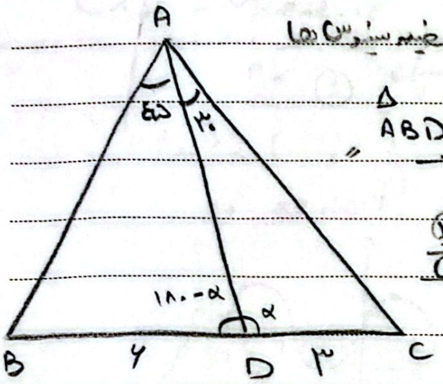
①

$Cs\theta_1 = Sin\alpha = \frac{OT}{OB} \xrightarrow[\text{دایره مثلثاتی}]{OT=1} \frac{1}{OB} = Sin\alpha$ یا $OBSin\alpha = 1$

۲

$OB = \overset{1}{\cancel{OA}} + AB \rightarrow OBSin\alpha = 1 \longrightarrow (1 + AB)\,Sin\alpha = 1$

$Sin\alpha + AB\,Sin\alpha = 1 \xrightarrow{Sin\alpha \neq 0} AB = \frac{1 - Sin\alpha}{Sin\alpha} \longrightarrow AB = \frac{1}{Sin\alpha} - 1$ ✓



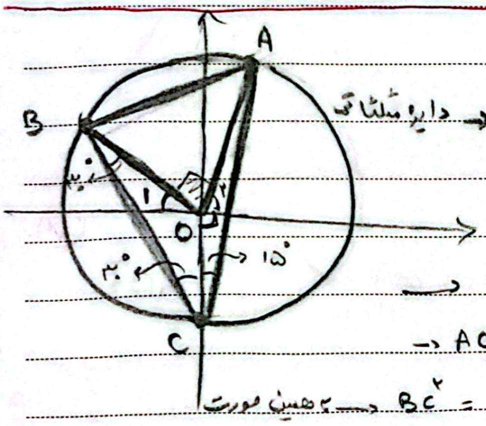
②

$\triangle DAC$ قضیه سینوس ها $= \frac{AC}{Sin\alpha} = \frac{۳}{\cancel{Sin۳۰}} \Rightarrow \frac{AC}{Sin\alpha} = ۶$ ①

$\overset{\triangle}{ABD} \rightarrow \frac{AB}{Sin(۱۸۰-\alpha)} = \frac{۶}{\underset{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\cancel{Sin۴۵}}} \xrightarrow{Sin(۱۸۰-\alpha) = Sin\alpha} \frac{AB}{Sin\alpha} = ۶\sqrt{۲}$ ②

۲

$\xrightarrow{\frac{②}{①}} \frac{\frac{AB}{\cancel{Sin\alpha}}}{\frac{AC}{\cancel{Sin\alpha}}} = \frac{۶\sqrt{۲}}{۶} \Rightarrow \boxed{\frac{AB}{AC} = \sqrt{۲}}$ ✓



③

۲

دایره مثلثاتی $\rightarrow B = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\ \frac{۱}{۲} \end{bmatrix} \longrightarrow \hat{O}_1 = ۳۰°$, $A = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} \\ \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix}$

$\rightarrow \hat{O}_۲ = ۶۰° \xrightarrow{\text{دایره مثلثاتی}} \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = ۱$

$\rightarrow$ قضیه کسینوس ها $\overset{\triangle}{OAC} \Rightarrow AC^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ + (۲)(۱)(۱)\,Cs\,۱۵۰°$

$\rightarrow AC^۲ = ۲ + ۲\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right) \rightarrow AC^۲ = ۲ + \sqrt{۳} \rightarrow AC = \sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$

به همین صورت $\rightarrow BC^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ - (۲)(۱)(۱)\,Cs\,۱۲۰° \rightarrow BC^۲ = ۲ + ۱ = ۳ \rightarrow BC = \sqrt{۳}$

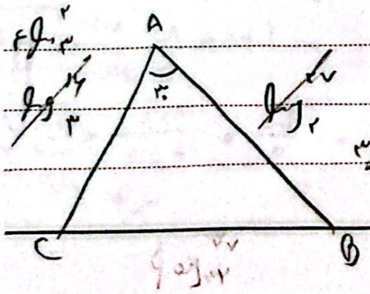
و $AB^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ - ۲(۱)(۱)\,\underset{۰}{\cancel{Cs۹۰}} \rightarrow AB = \sqrt{۲}$

الف) طبق محاسبات بالا و $(\hat{C} = ۴۵°)$

$S = \frac{۱}{۲} AC . BC . Sin\hat{C} \longrightarrow S = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times \sqrt{۲ + \sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{\sqrt{۱۲ + ۶\sqrt{۳}}}{۴}$

ب) محیط:

$۲P = AB + AC + BC \longrightarrow$ محیط $= \sqrt{۳} + \sqrt{۲ + \sqrt{۳}} + \sqrt{۲}$ ✓



④

$\rightarrow S = \frac{AC \times AB \times Sin\hat{A}}{۲} = \frac{\cancel{۴} \log_۳ ۲ \times ۳ \log_۲ ۳ \times ۱}{\cancel{۲ \times ۲}}$

$\log_۳ ۲ \times \log_۲ ۳ \times ۳ = \textcircled{۳}$ ✓

۲

(۵) ۲

$x = \cos\alpha \longrightarrow ۲(\cos^۴\alpha) - \cos^۲\alpha - ۲\sin^۴\alpha - \sin^۲\alpha = ۱$

$\longrightarrow ۲(\cos^۴\alpha - \sin^۴\alpha) - \underbrace{(\cos^۲\alpha + \sin^۲\alpha)}_{۱} = ۱ \longrightarrow ۲(\cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha)\underbrace{(\cos^۲\alpha + \sin^۲\alpha)}_{۱} = ۲$

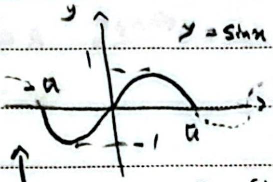
$\underbrace{\cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha}_{\cos ۲\alpha} = ۱ \longrightarrow \cos ۲\alpha = ۱ \rightsquigarrow \sin ۲\alpha = ۰$ ✓

---

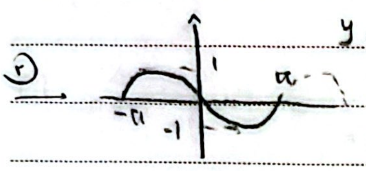
(۶) ۲

$T = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$ ✓

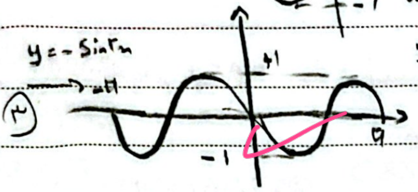
الف) $y = -\sin ۲x + ۲$ $[-\pi, \pi]$ $\xrightarrow{①}$



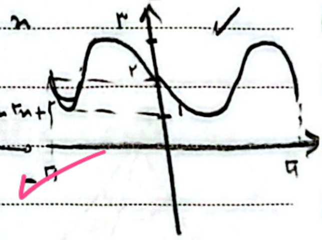
② $\longrightarrow$



$\xrightarrow{۲x}$ ③



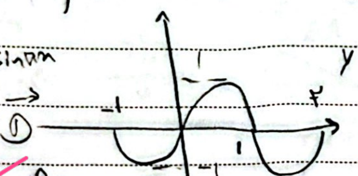
$\xrightarrow{+۲}$ ④



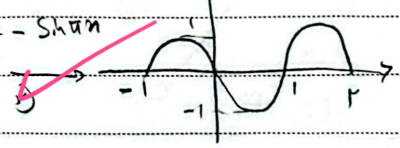
✓

ب) $y = ۲\cos(\frac{\pi}{۲} + \pi x) + ۱$ $[-\pi, ۲\pi]$ $\longrightarrow y = -۲\sin \pi x + ۱$

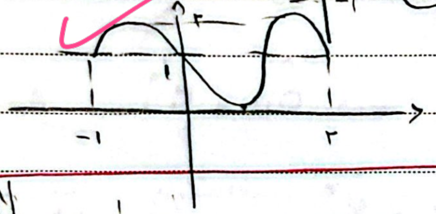
$T = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲$ ✓ $\xrightarrow{y = \sin \pi x}$ ①



$\xrightarrow{y = -\sin \pi x}$ ②



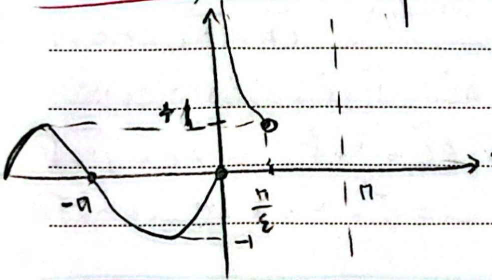
③ $\longrightarrow$ $y = -\sin \pi x + ۱$



✓

---

(۷) ۲



$\xrightarrow{\text{طبق شکل}} R_f = [-۱, +\infty)$ ✓

---

(۸)

$f(x) = a + b\,\underbrace{\sin(cx)\cos(cx)}_{\frac{۱}{۲}\sin(۲cx)}\cos(۲cx) \rightsquigarrow f(x) = a + \frac{b}{۲}\,\underbrace{\sin(۲cx)\cos(۲cx)}_{\frac{۱}{۲}\sin(۴cx)}$

$\rightarrow f(x) = a + \frac{b}{۴}\sin(۴cx) \rightsquigarrow \frac{y_{min} + y_{max}}{۲} = a$

$\longrightarrow a = \frac{۰ + ۴}{۲} = \textcircled{۲}$ ✓ , $|\frac{b}{۴}| + a = ۴ \xrightarrow{a=۲} \frac{۱}{۴}|b| + ۲ = ۴$

$\longrightarrow |b| = ۸ \xrightarrow[\text{طبق شکل}]{b>۰} \boxed{b = ۸}$

$T = \frac{۲\pi}{|۴c|} = \frac{۵\pi}{۱۰} - \frac{\pi}{۱۰} = \frac{۴\pi}{۱۰} \xrightarrow{c>۰} \frac{\pi}{۲c} = \frac{۲\pi}{۵} \rightarrow \boxed{c = \frac{۵}{۴}}$

$\Rightarrow \frac{bc}{a} = \frac{۸ \times ۵}{۴ \times ۲} = \textcircled{۵}$ ✓✓

جواب نهایی

⑨ $f(x) = a\cos bx + c \Rightarrow c = \frac{y_{min} + y_{max}}{۲} = \frac{-۴+۲}{۲} = -۱$

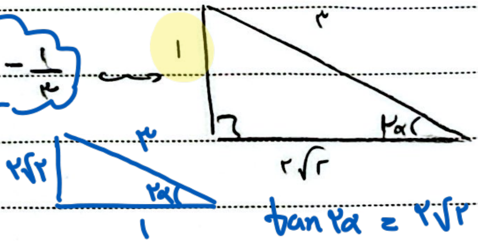
۱/۷۵

$|a| - ۱ = ۲ \longrightarrow |a| = ۳ \xrightarrow[\text{طبق شکل}]{a<۰} a = -۳$

$\Rightarrow f(x) = -۳\cos bx - ۱ \xrightarrow{x=\pi} \overset{-۴}{\cancel{f(\pi)}} = -۳\cos \pi b - ۱ = -۴$

$\cos \pi b = ۱ \Rightarrow \pi b = ۲\pi \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow f(x) = -۳\cos ۲x - ۱$

$x = \alpha \longrightarrow ۰ = -۳\cos ۲\alpha - ۱ \longrightarrow \cos ۲\alpha = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow$

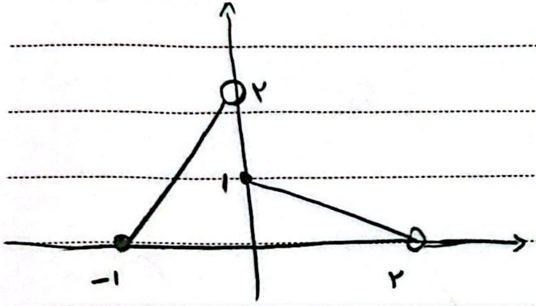


$\Rightarrow |\tan ۲\alpha| = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۴}}$ ✓

$\tan ۲\alpha = ۲\sqrt{۲}$

---

⑩



$$f(x) = \begin{cases} ۲x + ۲ & -۱ \leqslant x < ۰ \\ -\frac{۱}{۲}x + ۱ & ۰ \leqslant x < ۲ \end{cases}$$

۲

می‌دانیم ؛ $f(x + n\underset{\text{دوره تناوب}}{T}) = f(x)$

$f(-۳۴/۵) = f(-۱/۵ - (۳\times۱۱)) = f(-۱/۵) = f(-۱/۵ + ۳) = f(۱/۵)$

$\rightarrow f(۱/۵) = -\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲} + ۱ = -\frac{۳}{۴} + \frac{۴}{۴} = \boxed{\frac{۱}{۴}}$ ✓

$S_{AOC} = ۱\times۱\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$

$S_{OAB} = ۱\times۱\times\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$

$S_{OBC} = ۱\times۱\times\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}$

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} + \frac{\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$

له دوبیر سوال ۳ قسمت الف