$x + 2\sqrt{x} \longrightarrow D_f = [0, +\infty)$, $R = [0, +\infty)$

$y + 2\sqrt{y} = x \longrightarrow x = y + 2\sqrt{y} + 1 - 1 = (\sqrt{y}+1)^2 - 1 = x$ $\quad \sqrt{x+1} = \sqrt{y} + 1$

$\sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{y} \longrightarrow \boxed{y = (\sqrt{x+1} - 1)^2} \quad \boxed{D_{f^{-1}} = [0, +\infty)}$

۴ (۲)

$y = x - 1 + 2^x \longrightarrow$ مجموع دو تابع صعودی $\longrightarrow f(x)$ صعودی $\longrightarrow x - 1 + 2^x = x \quad 2^x = 1 \quad x = 0$

۲ (۲) یک نقطه

$f^{-1}(x) = x$ حتماً جواب معادله $f(x) = x$ است و از آن جایی که $f(x)$ صعودی اکید است

(مجموع دو تابع صعودی اکید) پس نقطه برخورد آن با $f^{-1}(x)$ روی نیمساز ناصیه‌اول و سوم است

۸ (۱) $f(x) = x \quad x^3 + 5x = x \longrightarrow x^3 + 4x = 0 \quad x(x^2+4) = 0 \quad x = 0$

$g(x) = f^{-1}(x) - x \geq 0 \quad D_g = [0, +\infty)$ — تعیین علامت

$g(x) = f^{-1}(x+5)' = x - 3 \longrightarrow f(x-3) = x + 5 \longrightarrow -(x-3) + \sqrt{x-3+5}$

$-x + 3 + \sqrt{x+1} = x + 5 \longrightarrow \sqrt{x+1} = 2x + 1 \longrightarrow x + 1 = 5x^2 + 5x + 1 \longrightarrow$ (۱/۲۵)

۹ $5x^2 + 4x = 0 \quad x = 0$

$x = -\frac{4}{5}$ غ ق ق — جواب را دیال منفی

$D_{f^{-1}} = (-\infty, 5] \longrightarrow D_{f^{-1}(x+5)} = (-\infty, 0]$

هر دو شیء قابل حذف است

$2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ — با بقیه‌ی سوال برابر است

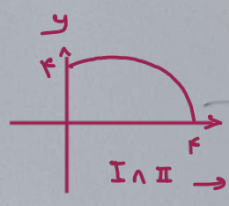
چون x ها و y ها را عوض می‌کنیم $\longrightarrow f \circ f = f \circ f^{-1} = x \quad D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} =$ (۱)

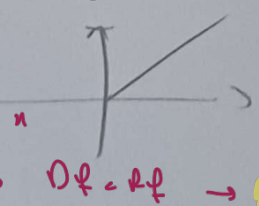
$[0, +\infty)$ ۱۰

$\sqrt{y} = -\sqrt{x} + 2 \xrightarrow{y \geq 0}$ عرض نقاط $\geq 0 \longrightarrow \sqrt{x} \leq 2 \longrightarrow x \leq 4 \quad , \quad x \geq 0$

$D_f = [0, 4]$ I

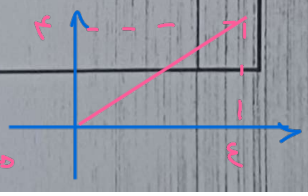
$R_f = [0, 4]$ II





I ∩ II $\longrightarrow D_f = R_f \longrightarrow f(x) = f^{-1}(x)$

$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$



جواب نهایی

۱۴

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱ الف) $f(x) = x + \{x\} - y$ $\longrightarrow$ $x + \{x\} = x$ $\longrightarrow$ $\{x\} = 0$ (ریشه) $[0,1)$ — می‌بینیم نقطه قطع می‌شد

$f^{-1}(x) = y + \{y\} = x$

$x = \frac{3}{2} \to \frac{3}{2} \notin R_f$ — چون تابع f از هر عدد زوج تا عدد فرد بعدی است

$f \circ f^{-1}(x) = x$ $\leftarrow$ $2x - \frac{3}{2} = x$

$x = \frac{3}{2}$ — معادله جواب حقیقی ندارد

۲ $y = \frac{ax+3}{4x+b}$ — شیب خط = شیب افقی $\to 4x + b = 0$ $\quad 4x = -b$ $\quad x = -\frac{b}{4}$

شیب مجانب مایل = $\frac{a}{c} \to \frac{a}{4}$ $\quad -\frac{b}{4} = \frac{a}{4}$

$f(x) = f^{-1}(x) \to f \circ f^{-1}(x) = x \to f \circ f^{-1}(5-\sqrt{4}) = 5-\sqrt{4}$

$b = -5$

۳ $\frac{mx+3}{x+m+2} = x$ $\quad x^2 + mx + 2x = mx + 3$ $\quad x^2 + 2x - 3 = 0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$

۴ $|2x+5| - |5x-2|$

$-\frac{5}{2}$ $\quad \frac{2}{5}$

$-2x - 5 + 5x - 2$ $\quad -\frac{5}{2}$

$3x - 3$ ✗

$2x - 5 + 5x - 2$ $\quad \frac{2}{5}$

$7x - 7$ ✗

$2x + 5 - 5x + 2$

$-3x + 7$ ✓

$y = -3x + 7$ $\xrightarrow{\text{جابجا}}$ $x = -3y + 7$

$x - 7 = -3y$

$y = \frac{x-7}{3}$

$D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{29}{5}]$

۵ $g(x) = t = 2f(3x) - 1$ $\xrightarrow{g^{-1}}$ $x = g^{-1}(t)$

$\xrightarrow{f^{-1}}$ $f^{-1}(\frac{t+1}{2}) = 3x$

$g^{-1}(t) = \frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3}$

$a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 2$, $d = 0$ $\to$ $\frac{ac+d}{2b} = \frac{1}{3}$