

$$f(x) = x + [x] \rightarrow y = x + [x] \rightarrow [x] = [y + [x]] = [y] \rightarrow [y] = \frac{[x]}{2} \quad (\text{الف} - 1)$$

$$\rightarrow y = x - \frac{[x]}{2} = f^{-1}(x) \rightarrow f(x) \cdot f^{-1}(x) \rightarrow x + [x] = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow [x] + \frac{[x]}{2} = 0 \rightarrow \frac{3[x]}{2} = 0$$

$$\rightarrow [x] = 0 \rightarrow x \in [0, 1)$$

$$\left. \begin{aligned} f \circ f^{-1}(x) &= x - \frac{[x]}{2} \\ f \circ f^{-1}(x) &= x, x \in \mathbb{R} \end{aligned} \right\} \rightarrow x = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow x = \frac{[x]}{2}, \quad \mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f \rightarrow f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2} & x \in [0, 1) \\ x & x \in [1, 2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \notin R_f = \mathbb{D}_{f^{-1}} \rightarrow \text{ليس له عكس}$$

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow \text{مجانبي عكسي} : x = \frac{-b}{c} \rightarrow \frac{a}{c} = -\frac{b}{c} \rightarrow a = -b \rightarrow \text{مجانبي عكسي}$$

$$\rightarrow \text{مجانبي عكسي} : y = \frac{a}{c}$$

$$\rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x \rightarrow f \circ f(8 - \sqrt{4}) = f \circ f^{-1}(8 - \sqrt{4}) = 8 - \sqrt{4}$$

$$f(x) = \frac{mx + n}{x + m + n} \rightarrow \text{معكوس عكسي}$$

$$\rightarrow \text{معكوس عكسي} : f(x) = x \rightarrow \frac{mx + n}{x + m + n} = x \rightarrow mx + n = x^2 + (m+n)x \rightarrow x^2 + (m+n-m)x - n = 0 \rightarrow x^2 + nx - n = 0$$

$$\rightarrow x^2 + nx - n = 0 \rightarrow x = \alpha, \beta$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{p} = \frac{-n}{-n} = 1$$

$$f(x) = \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = |x+1| - |x-1| \rightarrow f(x) = \begin{cases} -x+1 & x \geq 1 \\ x+1 & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x \leq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = -x+1, x \geq 1 \rightarrow \mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x}{2}, x \leq \frac{1}{2}$$

$$g(x) = t = f^{-1}(x) \rightarrow g^{-1} \rightarrow x = g^{-1}(t)$$

$$f(x) = \frac{g(x)+1}{x} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x+1)}{x} \rightarrow \begin{aligned} & \frac{f^{-1}}{a} = \frac{1}{x} \\ & b = 1 \\ & c = x \\ & d = 0 \end{aligned} \rightarrow \frac{ac+d}{xb} = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = x + \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x} = t \rightarrow f(x) = t^2 + t = (t+1)^2 - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1$$

$$\mathbb{D}_{f^{-1}} = R_f \rightarrow t^2 + t \geq 0 \rightarrow t \geq 0 \rightarrow x = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow R_f = [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{D}_{f^{-1}}(x)$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1, x \geq 0$$

۱- حل معادله $f(x) = x$ → معادله $x = x-1 + x^m$ → تابع $f(x)$ از x کوچکتر است
 (این خط را می بینیم) → معادله $x = x-1 + x^m$ → تابع $f(x)$ از x بزرگتر است

$f(x) = x \rightarrow x-1 + x^m = x \rightarrow x^m = 1 \rightarrow x = 1$ (چون $x > 0$)

۲- پس اول معادله $f(x) = x$ را حل می کنیم. از خطی که $f(x) = x$ عبور می کند، می بینیم که $f(x)$ از x کوچکتر است (چون $x > 0$)

→ $y = \sqrt{f^{-1}(x) - x} \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \rightarrow f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = x \rightarrow x^3 + x^2 = x \rightarrow x^3 + x^2 - x = 0 \rightarrow x(x^2 + x - 1) = 0 \rightarrow x = 0$ (چون $x > 0$)

همچنین باید دید که آیا می توانیم معادله $f(x) = x$ را حل کنیم یا نه. اگر نتوانیم، معادله $f(x) = x$ را حل می کنیم. اگر نتوانیم، معادله $f(x) = x$ را حل می کنیم.

$f(1) = 1 \rightarrow f^{-1}(1) = 1$ (چون $f(x) = x$)
 $f(2) = 2 \rightarrow f^{-1}(2) = 2$ (چون $f(x) = x$)

$f(-1) = -1 \rightarrow f^{-1}(-1) = -1$ (چون $f(x) = x$)
 $f(-2) = -2 \rightarrow f^{-1}(-2) = -2$ (چون $f(x) = x$)

$f(n) \xrightarrow{f^{-1}} f^{-1}(n) \xrightarrow{f} f(f^{-1}(n)) \rightarrow g(n) = f^{-1}(n+1)$

$g(n) = n-1 \rightarrow f^{-1}(n+1) = n-1 \xrightarrow{f} f(f^{-1}(n+1)) = n-1 \rightarrow n+1 = f(n-1)$

$-n+3+\sqrt{n+1} = n+2 \rightarrow 2n+1 = \sqrt{n+1} \rightarrow n \geq 0$

$4n^2 + 4n + 1 = n + 1$
 $4n^2 + 3n = 0$

$n = -\frac{3}{4}$ (چون $n \geq 0$)

پس جواب را می بینیم

سوال ۲ حالت (+) و -
 $y = (\sqrt{n+1})^2 - 1 \rightarrow \sqrt{n+1} = \pm \sqrt{y+1}$
 چون $n \geq 0$ است

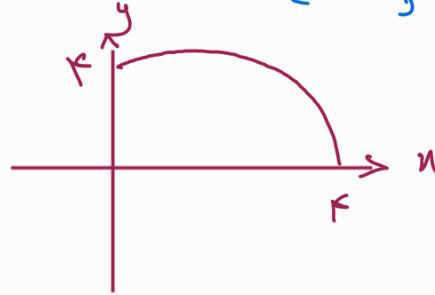
$$\sqrt{n} = \sqrt{y+1} - 1 \rightarrow n = (\sqrt{y+1} - 1)^2$$

$$f^{-1}(n) = n+1 + 1 - 2\sqrt{n+1}$$

سوال ۱۰ $\sqrt{y} = -\sqrt{n} + 2 \xrightarrow{y \geq 0} \sqrt{n} \leq 2 \rightarrow n \leq 4, n \geq 0$

$$Df = [0, 4] \text{ I}$$

$$Rf = [0, 4] \text{ II}$$



$$I \cap II \rightarrow Df = Rf \rightarrow f(n) = f^{-1}(n)$$

$$f \circ f(n) = f \circ f^{-1}(n) = n$$

جواب نهایی

