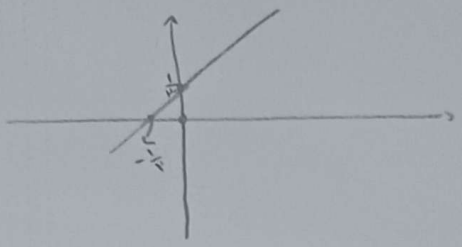
۱۹ آذر

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

$2y = 3x - 1 \xrightarrow{\text{وارون}} 2x = 3y - 1 \longrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = y$ ۱

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 2x = -1 \quad x = -\frac{1}{2}$



$S_{\text{مثلث}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{12}}$ ✓ ۲

الف) $y = x^2 - 2x + 3 \quad , x \in [1, +\infty)$ ✓ نمودار سهمی است و دامنه از راس رد می‌شود پس یک‌به‌یک است

$a > 0 \quad , f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$ (ابتدای بازه) $D_f = [1, +\infty)$ ← دامنه وارون آن با برد خود آن برابر است

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad , x \in [3, +\infty)$ ✓ نمودار سهمی است و دامنه از راس رد نمی‌شود پس یک‌به‌یک است

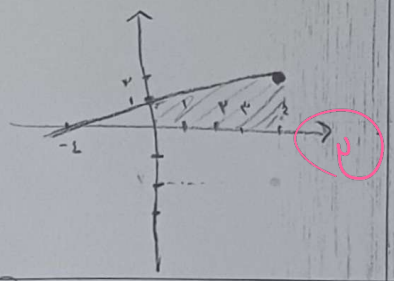
$a > 0 \quad , f(3) = 9 - 6 + 3 = 6 \quad x \in [6, +\infty)$ ← دامنه وارون آن با برد خود آن برابر است

(ابتدای بازه) D_f (مقدار)

$y = 2x - \sqrt{16 - 4x(4 - x)} = 2x - \sqrt{4(x-2)^2} = 2x - 2|x-2|$

$x \geq 2 \rightarrow 2x - 2(x-2) = 2x - 2x + 4 = 4$ دامنه وارون پذیر است

$x \leq 2 \rightarrow 2x - 2(2-x) = 2x - 4 + 2x = 4x - 4$ ✓ دامنه وارون پذیر است



$x = 4y - 4 \rightarrow x + 4 = 4y \rightarrow \frac{x}{4} + 1 = y \rightarrow y < 2 \quad , x < 4$

$x = 0 \rightarrow y = 1$

$S = \frac{(1+2) \times 4}{2} = \boxed{6}$ ✓ ۳

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \longrightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \rightarrow x_1 = x_2$ ①

$\sqrt{x_1^2 - 5} = \sqrt{x_2^2 - 5} \rightarrow x_1^2 = x_2^2$

$x_1 = \pm x_2$ ② ← $x_1 = x_2$ ← استدلال ← تابع یک‌به‌یک است.

(وارون) $x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \rightarrow x^2 = \frac{y^2 - 5 + 5}{y^2 - 5} = 1 + \frac{5}{y^2 - 5}$ ✓ ۴

$x^2 - 1 = \frac{5}{y^2 - 5} \rightarrow \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{y^2 - 5}{5} \rightarrow \frac{5}{x^2 - 1} + 5 = y^2$

$\boxed{y = \sqrt{\frac{5}{x^2 - 1} + 5}}$

چون تابع یک‌به‌یک است باید در نقطه ۲ عبارت‌ها با هم برابر شوند تا عبارت پایین باشد

$x^2 - 4x + k \geq -x^2 + 6x + 3|k \longrightarrow 4 - 8 + k \geq -4 + 12 + 3|k \rightarrow -2|k \geq 12$

$k \leq -6$ ۵

$|k$ دامنه $\rightarrow \boxed{(-\infty, -6]}$ ✓ ۵

$f(x) = x^3 + |x|$ ← قدر مطلق در ضابطه‌ای

$ax + b|x|$

$x \geq 0$: $x^3 + x = 4x \xrightarrow{\text{درون}} x = 4y \leftarrow y = \frac{x}{4}$ $\quad x \geq 0$

$x < 0$: $x^3 - x = 2y \xrightarrow{\text{درون}} x = 2y \leftarrow y = \frac{x}{2}$ $\quad x < 0$

$a + b = \frac{1}{4}$

$a - b = \frac{1}{2}$

$2a = \frac{3}{4}$ $\quad a = \frac{3}{8}$ $\quad b = -\frac{1}{8}$

$\frac{3}{8}x + \left(-\frac{1}{8}\right)|x| \longrightarrow ab = \left(\frac{3}{8}\right)\left(-\frac{1}{8}\right) = \boxed{-\frac{3}{64}}$ ۲

$f(2) = \frac{3(2)+4}{2+m} = -10 \rightarrow -20 - 10m = 10 \rightarrow -20 = 10m \quad m = -4$

$f(x) = \frac{3x+4}{x-4} \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x+4}{x-3}$ سطوش با خودش برابر

$f \circ f^{-1}(x) = x$

$x + \frac{3x+4}{x-4} = x \rightarrow \frac{3x+4}{x-4} = 0 \quad 3x + 4 = 0 \quad \boxed{x = -\frac{4}{3}}$ ۲

---

(۱۱) صورت سوال را اشتباه خواندی!

$f(3-2x) = 2 - g\left(\frac{x}{2}\right)$

$(\text{مساوی } 4) = 2 - (\text{مساوی } -2)$

$3 - 2x = t \rightarrow \frac{3-t}{2} = x$

$\frac{x}{2} = t \rightarrow t = 2x$

$f^{-1}(4) = \frac{3-x}{2} \xrightarrow{\times 4} 6 - 2x = 6 - 2\times 4 = -4$

$g^{-1}(-2) = 2x \longrightarrow 2x = -2\times 2 = -4$

$x = \frac{3 - f^{-1}(t)}{2}$, $x = 2g^{-1}(2-t) \longrightarrow t < -2$

$\frac{3 - 4 - 2}{2} = \boxed{-3}$ ۱

(۴) $\frac{3 - f^{-1}(-2)}{2} = 2g^{-1}(4) \leftarrow 2g^{-1}(4) + f^{-1}(-2)$

۳- $y = \frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا مختصات}} -y = \frac{-5x-13}{1+x} \rightarrow y = \frac{5x+13}{x+1}$ انتقال $\frac{5(x-2)+13}{(x-2)+1}$

$f(x) = \frac{2x+6}{x-1}$, $f^{-1}(x) = -\frac{-x-6}{x-2} = \frac{x+6}{x-2} \longrightarrow \frac{x+6}{x-2} = \frac{2x+6}{x-1}$ ۹ ۲

$x^2 + 5x - 6 = 2x^2 + 2x - 12 \rightarrow -x^2 + 3x + 6 = 0 \quad x^2 - 3x - 6 = 0 \quad \boxed{x = 3+\sqrt{3}} = x_1 + x_2$

$f(x) = x + 4\{x\}$ ← دوران تابع = قرینه حضرتی نسبت به خط $y = x$ $\quad f^{-1} \rightarrow x = y + 4\{y\}$

$y = x - 4\{x\} \leftarrow y = x - 4\{y\}$

$f - g = x + 4\{x\} - \left(x - \frac{4}{5}\{x\}\right) = 4\{x\} + \frac{4}{5}\{x\} \neq \boxed{\frac{24}{5}\{x\}}$ ۱۰ ۲