نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

16

(۱٫۵) الف) $y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \longrightarrow y = \sqrt[3]{2x^2+2x-2}$ ✓ ✓ تابع است

مثال نقض $x = \frac{\pi}{2}$ $\quad x = 0 \rightarrow y = 0$

ب) $x\cos y = y\cos x \longrightarrow$ به ازای $x=0$ دو پیدا می‌کنیم ✗ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}\ ,\ x,y > 0 \longrightarrow (x+y)^2 = 4xy \longrightarrow x^2+y^2+2xy = 4xy \longrightarrow (x-y)^2 = 2xy$ ✓ تابع است

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \longrightarrow$ ✓ ✓

---

۱ $f(x) \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -2 \leq x < -1 \end{cases}$

$|x-1| \geq 2 \rightarrow x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1$ یا $x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3$

۲ $x = -1$ در هر دو ضابطه است

$2(-1)^2 - b = a - 2$

$a + b = 4$

---

۲ $f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a} \quad D_f \rightarrow R_f \geq 0$

$-b = a + b \quad 1 = a - 1 \quad a = 2$

$-a = a \times b \rightarrow b = -1$

$a + b = 2 - 1 = \boxed{1}$ ✓

---

۳ $\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \quad D_f \rightarrow R_f > 0 = (-\infty, 2)$ کف ریشه دامنه و عبارت a نفی

ریشه = ۲

$c < -2b \quad b < 0 \quad a < 0$ ← ضابطه مخرج کسر

دامنه یک بازه‌ای است پس ضابطه مخرج کسر

ax^2+bx+c اگر $b = -4 \longrightarrow a = 1 \ ,\ c = 4$

$x^2 - 4x + 4$

$b < (-\frac{b}{2})^2 - 2b - 4(0)$

$-8 = 1 - 12 = 3 + 4 + 12 = |3-4| - 3 + 4 \times 3$

$-\frac{b}{2} = \frac{b}{-4}$

$\boxed{-\frac{b}{2}}$

الف) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{|x| - [x]}}$

$x \in \mathbb{Z}$ ✗ $x - x = 0$

$x \notin \mathbb{Z}$ ✓ $-x - x = -2x$ ✓ مخرج صفر

$\boxed{D_f = R - \{x \in \mathbb{Z}^+\}}$ ✓

(۱٫۵) ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \longrightarrow \sqrt{y} = -\sqrt{x} + 9$

$x \geq 0$

$-\sqrt{x} + 9 \geq 0 \quad \sqrt{x} \leq 9 \quad x \leq 81$

$\boxed{D_f = [0, 81]}$

$0 < 3x-1 \leq 1^0 \rightarrow x \leq \frac{2}{3}$

الف) $f(x) = \sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad x>0$ ، $x \neq 1$ ، $x > \frac{1}{3}$ ، $D_f = (-9,9)$

$3x-1>0 \rightarrow 3x>1 \quad x>\frac{1}{3}$ $\quad \log_x^{3x-1} > 0$ $\quad 3x-1>1 \quad 3x>2$

$D_f = [\frac{2}{3}, +\infty)$ $\quad Df = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$ (۱٫۵)

ب) $f(x) = \log \frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}$ $\quad \frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|} > 0$ ، $\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|} \neq 1 \rightarrow$ چون

$\sqrt{|x|}=t$ $\quad -t^2+t+4>0 \rightarrow t^2-t-4<0 \quad (t-3)(t+2)$ $\quad -2 \quad 3$ $\quad -2 < \sqrt{|x|} < 3$ $\quad -9 < x < 9$

$9 > |x| \rightarrow \sqrt{|x|} < 3$

$\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a}$ $\quad \frac{3x+2}{x+b}+a > 0 \rightarrow \frac{3x+2+ax+ab}{x+b} = \frac{(3+a)x+2+ab}{x+b} > 0$ (۲)

$D_f = (2, +\infty)$ صفر ریشه‌ی $\rightarrow$ $2+b=0 \quad b=-2$

صورت ریشه ندارد

$a=-3$

چون مخرج قطعا ریشه دارد پس

۲ ریشه مخرج بوده.

$[x] > 3 \rightarrow x \geq 0 \rightarrow 3x-1 \rightarrow 3x-1-x+1 = 2x$ (۲)

$[x] \leq 3 \rightarrow x < 0 \rightarrow 3-x \rightarrow 3+x^3-x+1 = x^3+4$

$x<0 \rightarrow x^3<0 \quad 3x+4<19 \rightarrow 0 \leq 3x+4 < 19$

$-4 \leq 3x < 15 \quad -\frac{4}{3} \leq x < 5$

$D_f = [-\frac{4}{3}, 5)$

$\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2} = \frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{((2x+1)^2)^2} = \frac{(2x+1)^3 \times 3}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1}$ (۲)

$D_f = R - \{\frac{1}{2}\}$

$y = \sqrt{1-\log(2x-a)}$ $\quad 2x-a>0 \quad 2x>a \quad x>\frac{a}{2}$ (۲)

$1 > \log 2x-a \quad \log 10 > \log 2x-a$

$2x-a<10 \quad 2x<10+a \quad x<\frac{10+a}{2}$ $\quad D_f = (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2})$

$c-b = 5+\frac{a}{2}-\frac{a}{2} = 5$ $\quad b \quad c$