

به نام خدا

Subject:

Year: Month: Day:

و نواحی بیابانی - کالیفرنیا - دوازدهم پیر B

Page: ()

$$y = \frac{|x|+1}{|x|-2} \rightarrow y|x|-2y = |x|+1 \rightarrow y|x|-|x| = 2y+1$$

$$\rightarrow |x|(y-1) = 2y+1 \rightarrow |x| = \frac{2y+1}{y-1}$$

$$\frac{y}{+} \frac{-1}{-} \frac{1}{+}$$

چون در سمت چپ قدر مطلق داریم، سمت راست نتایج نیز باید نامنفی باشد.

$$\rightarrow R_f = (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$$

①

$$y = \frac{x^2+1}{|x|} \rightarrow y = \frac{x^2}{|x|} + \frac{1}{|x|} \rightarrow y = |x| + \frac{1}{|x|}$$

آنگاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$ در نتیجه چون $|x|$ باید مثبت باشد

$$R_f = [2, +\infty)$$

براین تابع برابر خواهد بود با:

$$y = \frac{x^2+2x-2}{x+3} \rightarrow yx+3y = x^2+2x-2 \rightarrow x^2+2x-yx-2-3y=0$$

$$\rightarrow x^2+x(2-y)+(-2-3y)=0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(2-y) \pm \sqrt{(2-y)^2 - 4(-2-3y)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\rightarrow (2-y)^2 + 4(2+3y) \geq 0 \rightarrow 4+y^2-4y+8+12y \geq 0$$

$$\rightarrow y^2+8y+12 \geq 0 \rightarrow (y+4)(y+2) \geq 0 \rightarrow \frac{-4}{+} \frac{-2}{-}$$

$$\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{\varepsilon}}{x^2 - x + 1} \rightarrow f(x) = \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{\varepsilon}}$$

دامنه و مخرج کسر نباید صفر نشود.

چون همیشه مثبت است هیچ مقاری از x مخرج را صفر نمی کند

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$t = (x - \frac{1}{2})^2 \rightarrow f(x) = \frac{t}{t + \frac{3}{\varepsilon}} \rightarrow yt + \frac{3}{\varepsilon}y = t$$

(۳)

$$\rightarrow yt - t = -\frac{3}{\varepsilon}y \rightarrow t(y - 1) = -\frac{3}{\varepsilon}y \rightarrow t = \frac{-\frac{3}{\varepsilon}y}{\varepsilon(y - 1)}$$

چون $(x - \frac{1}{2})^2$ همواره نامنفی است در نتیجه t هم همواره نامنفی است پس سمت راست تساوی هم باید نامنفی باشد.

$$\frac{0}{-1 + \frac{1}{\varepsilon}} \rightarrow R_f = [0, 1)$$

ابتدا به دهانه را پیدا می کنیم سپس رادیکال را روی آن اعمال می کنیم

$$a < 0 \rightarrow \begin{cases} x_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-\varepsilon}{-2} = \frac{\varepsilon}{2} = 2 \\ y_{\max} = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 3]} = [0, \sqrt{3}]$$

$$b) y = \sqrt[3]{x^2 - 2x} \quad a > 0 \rightarrow \begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{\varepsilon} = 2 \\ y_{\min} = -1 \end{cases}$$

(۴)

$$\rightarrow R_f = \sqrt[3]{(-\infty + \infty)} \Rightarrow R_f = [-2, +\infty)$$

الف) $y = \log(x^3 - x + 1) \rightarrow \mathbb{R} \xrightarrow{\log} R_f = (-\infty, +\infty)$

مرد تمام توابع چند جمله‌ای از مرتبه ۳ فرد برابر $\mathbb{R}$ من ۲.

ب) $y = \log_2\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$

(۵)

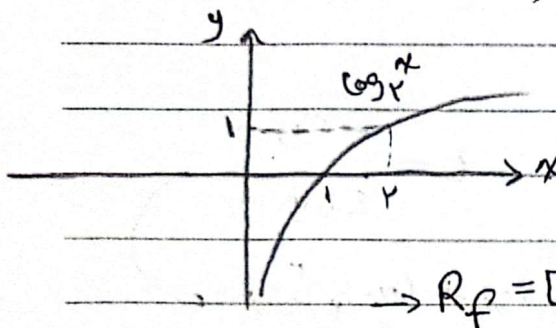
ابتداءً دهسته را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$$

if $a > 0 \rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$

if $a < 0 \rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2$

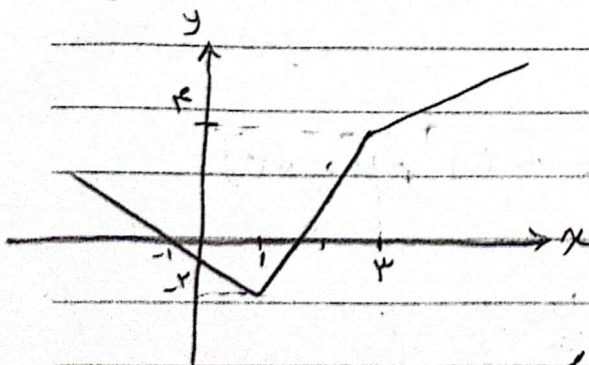
$\rightarrow (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$



بازه $(-\infty, -2]$ جزو دامنه نگاریم نیست و نگاریم بر پایه ۲ در بازه $(2, +\infty)$ به ما $(1, +\infty)$ می‌دهد.

الف) $y = |2x-2| - |x-3|$

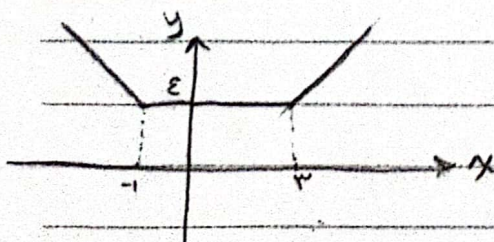
$\rightarrow y = 2|x-1| - |x-3| \rightarrow y = \begin{cases} x+1 & ; x \leq 1 \\ 3x-5 & ; 1 < x < 3 \\ -x-1 & ; x \geq 3 \end{cases}$



$\rightarrow R_f = [-2, +\infty)$

(۶)

ب) $y = |x-3| + |x+1| \rightarrow \begin{cases} 2x-2 & ; x \geq 3 \\ \epsilon & ; -1 \leq x \leq 3 \\ 2-2x & ; x \leq -1 \end{cases}$



$\rightarrow R_f = [\epsilon, +\infty)$

$$|x-2| - |2x+2| \leq 1$$

$$\textcircled{1} x < -1 \rightarrow 2-x - (-2x-2) \leq 1 \rightarrow x+2 \leq 1$$

$$\rightarrow x \leq -1$$

$$\textcircled{2} -1 \leq x \leq 2 \rightarrow 2-x - (2x+2) \leq 1 \rightarrow -3x \leq 1 \rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 2$$

$$\textcircled{3} x > 2 \rightarrow x-2 - (2x+2) \leq 1 \rightarrow -x-2 \leq 1 \rightarrow x > -3$$

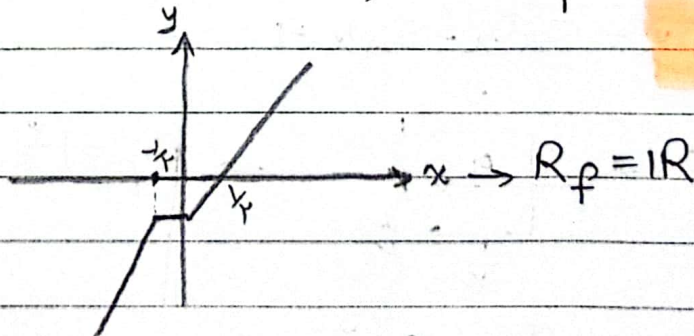
$$\rightarrow x > 2$$

$$\textcircled{1} \cup \textcircled{2} \cup \textcircled{3} \rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$$

$$y = 3x - |2x+1| + |x|$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2x - 1 + x & ; x \geq 0 \\ 3x - 2x - 1 - x & ; -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ 3x + 2x + 1 - x & ; x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

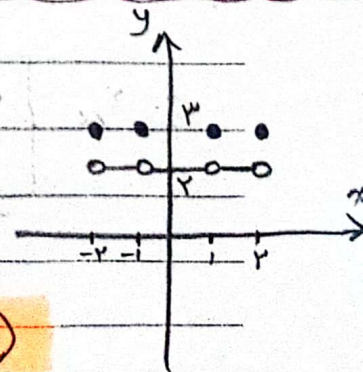
$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ 5x + 1 & x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\text{و) } y = [x] + [3-x] \rightarrow y = [x] + [-x] + 3$$

$$[x] + [-x] \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow [x] + [-x] + 3 \begin{cases} 3 & ; x \in \mathbb{Z} \\ 2 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = \{2, 3\}$$



$$b) y = 3x - [x]$$

$$x \in [-2, -1) \rightarrow [x] = -2$$

$$y = 3x + 2$$

$$x \in [-1, 0) \rightarrow [x] = -1$$

$$y = 3x + 1$$

$$x \in [0, 1) \rightarrow [x] = 0$$

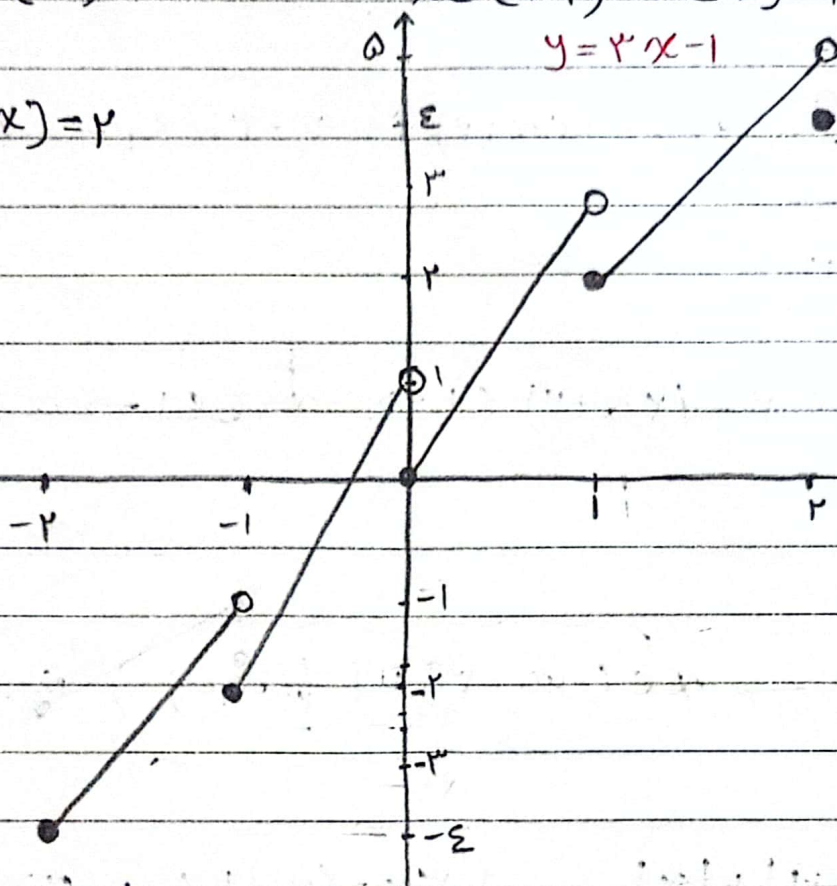
$$y = 3x$$

$$x \in [1, 2) \rightarrow [x] = 1$$

$$y = 3x - 1$$

$$x = 2 \rightarrow [x] = 2$$

$$y = 3x - 2$$



9

$$\rightarrow R_f = \mathbb{R}$$

$$a) y = \sin^2 x - \sin x + 1$$

$$\sin x \begin{cases} 1 \\ -1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 \\ \sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2} \right]$$

10

$$b) y = \sin^2 x + \sin x + 1$$

$$\sin x \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \\ 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow R_f = [1, \sqrt{2}]$$