

$$f(x+1) = \begin{cases} 2x+0 = 2+1 & x \geq 1 \\ f(x)-1 = 2+1-1 & x < 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ f(x)-1 & x < 1 \end{cases}$$

اکتدا صعودی

$y = \sqrt{f(x^3-x) - f(x+1)}$

دایره: $[-1, 1]$

$$f(x^3-x) \geq f(x+1) \rightarrow f(x^3-x) \geq f(x+1) \rightarrow 3-x \geq x+1 \rightarrow 2x \leq 2 \rightarrow x \leq 1$$

$f(x) = (x^3+x)^3$

اکتدا صعودی

$f \circ f(x) < f(x^3) \xrightarrow{\text{دایره: } x} f(x) < x^3 \rightarrow (x^3+x)^3 < x^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} x^3+x < x$

$$\rightarrow x^3 < 0 \rightarrow x < 0$$

$y = |x|(x^2 + \frac{1}{x})$

$$x > 0 \rightarrow y = x(x^2 + \frac{1}{x}) = x^3 + 1$$

$$x < 0 \rightarrow y = -x(x^2 + \frac{1}{x}) = -x^3 - 1$$

تابع نایتنواس
 دایره نکتدافت

$f(x) = \frac{2x+1}{|x|-|x+1|}$

با توجه به اینکه در صورت سوال بازه به صورت پیوسته و نامنتهی است
 پس ما می توانیم از صورت به راد در نظر بگیریم این باید بازه: $(-\infty, -\frac{1}{2})$
 راد در نظر بگیریم $a = -\frac{1}{2}$ نه مسطر باشد!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{-1} & x > 0 \\ \frac{2x+1}{-2x-1} & -1 < x < 0 \\ \frac{2x+1}{1} & x \leq -1 \end{cases} = \begin{cases} -2x-1 & x > 0 \\ -1 & -1 < x < 0 \\ 2x+1 & x \leq -1 \end{cases}$$

ا = 0
 صعودی

$y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2-2x-8}$

$x^2-2x-8 = (x-4)(x+2)$

تعیین علامت

-2	4
+	-
+	+

با توجه به اینکه ما می خواهیم تابع اکتدا صعودی شود پس مقدار مخرج باید پیوسته کاهش یابد پس ما باید به دنبال بازه ای بگردیم که
 x^2-2x-8 اکتدا نزولی باشد و آن بازه می شود: $(-\infty, -2)$
 پس در این بازه x اکتدا صعودی است

$$f(x) = (a^2 - 3)x$$

$$a) a^2 - 3 > 1 \rightarrow a^2 > 4 \rightarrow a > 2 \text{ یا } a < -2 \quad \checkmark$$

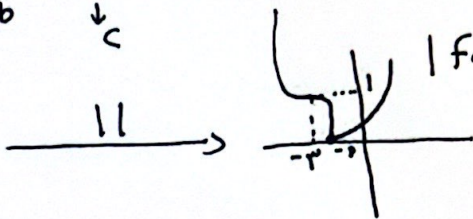
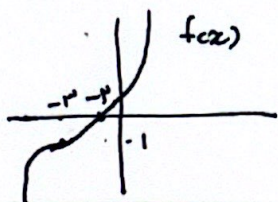
$$b) a^2 - 3 \geq 1 \rightarrow a^2 \geq 4 \rightarrow a \geq 2 \text{ یا } a \leq -2$$

$$a^2 - 3 = 0 \rightarrow a^2 = 3 \rightarrow a = \pm \sqrt{3}$$

$$a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\} \quad \checkmark$$

نقطه -2 همان نقطه‌ای است که همیشه تابع منفرجه و در سطح برابر با 0 است این نقطه به ما نشان می‌دهد که تابع f واحد چپ و واحد راست یک‌پارچه بنا بر این به صورت $1 - (x+2)^3$ درمی‌آید.

$$(x+2)^3 - 1 = x^3 + 9x^2 + 12x + 7 - 1$$



$$|f(x)| \rightarrow \text{این تابع در بازه } (-2, +\infty) \text{ یکدست و منفرجه است} \rightarrow k = -2 \quad \checkmark$$

$$f(x) = x + \sqrt{x} - 2$$

$$x \geq 0$$

$$f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow \text{چون تابع } f \text{ یکدست و منفرجه است می‌توانیم} \rightarrow f(x) \leq \sqrt{x}$$

$$x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 2 \quad (1)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow x \in [1, 2] \rightarrow 1 \text{ و } 2 \quad \checkmark$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in D_f \\ f(x) \in D_{f \circ f} \end{array} \right.$$

$$x + \sqrt{x} - 2 \geq 0 \rightarrow x + \sqrt{x} \geq 2$$

$$\frac{-2}{+} \frac{1}{-} \frac{1}{+} \rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \quad (2)$$

چون $\sqrt{x} = t$ اعداد منفی در دامنه نیست.

$$\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} = t \rightarrow \cos^2 x = 0 \rightarrow t = \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\cos^2 x = 1 \rightarrow t = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1}}{1} - \frac{\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 x}}{-1} = \frac{\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1}}{1} + \frac{\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 x}}{1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1} \rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow f(x) = \frac{1}{1} - 2 = -\frac{1}{1} \\ t = 1 \rightarrow f(x) = \frac{1}{1} - 2 = -\frac{1}{1} \end{cases}$$

$$R_f = \left[-\frac{1}{1}, \frac{10}{1} \right]$$

$$\frac{10}{1} - (-\frac{1}{1}) = \frac{11}{1} \quad \checkmark$$

$$f(x) = x - \lfloor x \rfloor - 2 \quad 0 \leq (x - \lfloor x \rfloor) < 1 \rightarrow -2 \leq f(x) < -1$$

$$g \circ f(x) = \frac{f(x) - f(x)}{1} \rightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \rightarrow \frac{-1 - 2}{1} = \frac{-3}{1} = -3 \\ f(x) = -2 \rightarrow \frac{-2 - 2}{1} = \frac{-4}{1} = -4 \end{cases}$$

$$R_{g \circ f} = \left[-\frac{10}{1}, -\frac{3}{1} \right] \quad \checkmark$$