ب)

$a^2-2=0 \rightarrow a=\pm\sqrt{2}$

$a^2-2=1 \rightarrow a=\pm 2$

۶

الف)

$a^2-2 \geq 1$

$a^2 \geq 4 \Rightarrow a \geq 2 \quad \text{یا} \quad a \leq -2$

$y=x$ معکوس‌پذیر $\rightarrow y=x+\sqrt{x}$ معکوس‌پذیر $\Rightarrow y=f(x)=x+\sqrt{x}-2 \rightarrow$ معکوس‌پذیر $\rightarrow f^{-1}(x)$

$y=\sqrt{x}$ معکوس‌پذیر

۷

$y=x$ معکوس‌پذیر

$y=\sqrt{x}$ معکوس‌پذیر $\rightarrow y=x+\sqrt{x}$ معکوس‌پذیر $\Rightarrow y=f(x)=x+\sqrt{x}-2 \rightarrow$ معکوس‌پذیر $\rightarrow f^{-1}(x)$

$f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x}) \longrightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \Rightarrow x+\sqrt{x}-2 \leq \sqrt{x} \Rightarrow x \leq 2$

$\xrightarrow{x \geq 0} D_f=[0,+\infty) \rightarrow D_{f^{-1}}=[0,2] \rightarrow$ صحیح $0,1,2$

۸

$f(x)=2^t-2^{-t}-\frac{1}{2^t}$

$t=\sqrt{9\cos^2 x-1} \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \longrightarrow -1 \leq 9\cos^2 x-1 \leq 1$

$\Rightarrow -1 \leq \sqrt{9\cos^2 x-1} \leq 2 \quad R_t=[-1,2]$

$2^t \rightarrow$ صعودی $\quad \frac{1}{2^t}=2^t \rightarrow$ نزولی $\Rightarrow -2^{-t} \rightarrow$ نزولی

$\Rightarrow R_f=[f(\max), f(\min)]$

$R_f=\left[\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}, 4+\frac{1}{4}\right]$

۹

$f(x)=x-[x+1]=x-[x]-2 \quad x-[x] \rightarrow R=[0,1) \xrightarrow{-2} R_f=[-2,-1)$

$g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2}$

$2^x \rightarrow$ صعودی

$-2^{-x} \rightarrow$ صعودی

$\Rightarrow g \rightarrow$ صعودی $\quad R_{g \circ f}=[g(\min f), g(\max f))$

$R_{g \circ f}=\left[\frac{2^{-2}-2^2}{2}, \frac{2^{-1}-2^1}{2}\right)$

$R_{g \circ f}=\left[-\frac{3.75}{2}, -\frac{0.75}{2}\right)$

۱۰

نام و نام خانوادگی علیرضا نیکوبین ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۹ ..... کلاس یازدهم A .....

۱

$x=-x+1 \longrightarrow x+2=2-x \rightarrow f(2-x)=\begin{cases}-2x+8 & ;\ x\geq 1\\ -4x+4 & ;\ x<1\end{cases}$

$x=x-1 \longrightarrow x+2=x+1 \rightarrow f(x+1)=\begin{cases}2x+2 & ;\ x\geq 1\\ 4x+2 & ;\ x<1\end{cases}$

$D_f=(-\infty,0)\cup\{1\}$

$f(2-x)\geq f(x+1) \longrightarrow x\geq 1 \longrightarrow -2x+8-2x-2\geq 0 \rightarrow -4x+6\geq 0 \rightarrow x=1$ ($x\leq 1$)

$\longrightarrow x<1 \longrightarrow -4x+2-4x-2\geq 0 \rightarrow -8x\geq 0 \quad x\leq 0$

۲

$f(x)=(x^3+x)^4 \iff$ صعودی $\Longrightarrow f^{-1}(x) \iff$ صعودی

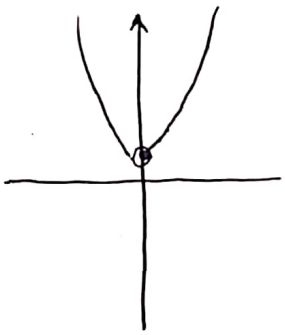
$f\circ f(x)<f(x^3) \xrightarrow[\text{علامت عوض نمی‌شود}]{f^{-1}\text{ صعودی}} f(x)<x^3 \rightarrow (x^3+x)^4<x^3 \Rightarrow x^4+x<x$

$\Rightarrow x^4<0 \Rightarrow x<0 \cap D_f \Rightarrow D_f=(-\infty,0)$

۳

$x\geq 0 \longrightarrow x^2+1$

$x\leq 0 \longrightarrow -x^3-1$



تابع نایکنوا است.

۴

در بازه $(-\infty,0)$ صعودی

$Q=0$

x	-1		0	
$f(x)$	$\frac{2x+1}{1}$		$\frac{2x+1}{-2x-1}$	$\frac{2x+1}{(-1)}$
	ابتدا صعودی		$=-1$ ثابت	انتها نزولی

۵

$\alpha>\beta$ I

$f(\alpha)<f(\beta)$ اگر $g=\frac{1}{2}=h$ آن‌گاه

$\hookrightarrow hof(\alpha)>hof(\beta)$

$\hookrightarrow$ I $\rightarrow hof \rightarrow$ ابتدا صعودی $\Rightarrow f(x)=x^2-2x-1 \rightarrow$ انتها نزولی

$h(x)=g^{\frac{x}{2}}$

$g(\alpha)>g(\beta)$

$g=\frac{1}{2}=h$ آن‌گاه

$\hookrightarrow hog(\alpha)<hog(\beta)$

$\hookrightarrow$ I $\rightarrow hog \rightarrow$ ابتدا نزولی

$\Rightarrow \overset{I}{x<1} \longmapsto (-2,-\infty)$