

$$f(x+1) = \begin{cases} x+5 & ; x \geq 1 \\ x-1 & ; x < 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x+8 & ; x \leq 0 \\ -x+3 & ; x > 0 \end{cases} \text{ و } f(x+1) = \begin{cases} x+2 & ; x \geq 2 \\ x-2 & ; x < 2 \end{cases}$$

$y = \sqrt{f(x-1) \cdot f(x+1)} \Rightarrow f(x-1) \geq f(x+1)$

تابع به صورتی بودن تابعی که این را در نظر بگیریم. $f(x) = (x^3 + x)^3$, $f(f(x)) < f(x^3)$?

$$(x^3 + x)^3 < x^3 \Rightarrow x^3 + x < x \Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow x < 0 \quad \checkmark$$

$y = |x|(x^2 + \frac{1}{x}) \Rightarrow \frac{x^3 + 1}{-x^2 - 1}$

مجموعه تابع در $(-1, 0)$ نیز منفی شود

تایید می شود است $\checkmark$

صعودی $(0, \infty)$
نزولی $(-\infty, 0)$

مجموعه تابع در بازه $(-\infty, a]$ $\checkmark$

صعودی باشد (نه ابتدا صعودی) پس $a = 0$ و تابع در $(-\infty, 0)$ صعودی است $\checkmark$

$$f(x) = \frac{2x+1}{|x|-|x+1|} \Rightarrow \frac{2x+1}{-x^2+x+1} \Rightarrow \frac{2x+1}{-x^2+x+1} = \frac{2x+1}{-(x^2-x-1)}$$

تایید می شود

اگر بخواهیم تابع در $(-\infty, a]$ باشد، عبارت $y = \frac{1}{x}(x^2 - 2x - 1)$ $\checkmark$

نزدیکی باشد.

① $x^2 - 2x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

② $x^2 - 2x - 1 < 0 \Rightarrow x \in (-1, 1)$

دقت!

$f(x) = (x^2 - 3)^x \Rightarrow x^2 - 3 > 1 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2$

$f(x) \in (0, 1)$ نزولی است $\Rightarrow x > 1$ یا $x < 0$.

صعودی است $\Rightarrow x > 2$, $x < -2$ $\checkmark$

$\{ -7, \sqrt{3} \} \leftarrow x^2 - 3 = 0$

(۷) می دانیم تابع در $(-1, 3)$ به شکلی معکوس به x وابسته است
 پس با توجه به فرمت تابع و اطلاعات می توانیم متوجه شویم که
 درجه سوم به دست می آید؟ این تابع x^3 بود که با واحد انتقال به پیچ را
 واحد به پایین داشته تا به $(-1, -3)$ می آید با معکوس سازی معکوس شده

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$
 $f(x) = (x+1)^3 - 1 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 1 = x^3 + 3x^2 + 3x$
 $f(x) \in (K, \infty)$ انبساط معکوس
 $f(x) \in (-\infty, K)$ انقباض معکوس

$f(x) = x + \sqrt{x} - 2, D_f = [0, +\infty) \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 - 2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ (۱) (۲)
 $\Rightarrow D_{f \circ f(x)} = [1, +\infty)$
 $f(x) < f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x) < \sqrt{x} \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 < \sqrt{x} \Rightarrow x - 2 < 0 \Rightarrow x < 2$
 $x_1, x_2 \in [1, 2]$ ✓

$f(x) = \sqrt[3]{4 \cos^3 x - 1} - \sqrt[3]{1 - 4 \cos^3 x}, R_f = [a, b]$ (۲) (۹)
 $\Rightarrow$ حد اکثر از $\cos x$ می آید $\Rightarrow \sqrt[3]{4 - 1} - \sqrt[3]{1 - 4} = 1 - (-1) = 2$
 $\Rightarrow$ حد اقل از $\cos x$ می آید $\Rightarrow \sqrt[3]{-4 - 1} - \sqrt[3]{1 - (-4)} = -1 - 1 = -2$
 $\Rightarrow R_f = [-2, 2]$
 $b - a = 2 - (-2) = 4$
 $\frac{a}{b} = \frac{-2}{2} = -1$ ✓

$g(x) = \frac{x^2 - 2}{x}, f(x) \in x - [x+2]$ و $R_{g \circ f(x)} = ???$ (۲) (۱)
 ① $f(x) = x - [x] - 2 \Rightarrow R_f = [-2, -1) \Rightarrow R_{g \circ f(x)} = [\frac{2 - (-2)}{2}, \frac{2 - (-1)}{2}) = [1, \frac{3}{2})$
 تابع $g(x)$ معکوس معکوس است $R = (-1, 0]$
 $\Rightarrow R_{g \circ f(x)} = [-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ (۲) (۱) ✓