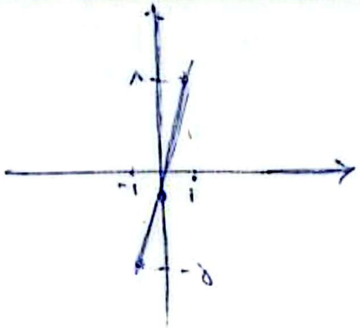
حسن شهبازی

۱۷,۵

-۱ ۲

$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & ; x\geq 1\\ 4x-1 & ; x<1\end{cases}$$



$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)}$

$f(3-x)-f(x+1)\geq 0$ $\quad f(3-x)\geq f(x+1)$ تابع f صعودی

$3-x\geq x+1$

$2\geq 2x$

$x\leq 1$

$\boxed{D_y=(-\infty,1]}$

-۲ ۲

$f(x)=(x^3+x)^3$ اکیداً صعودی

$\cancel{f}\circ f(x)<\cancel{f}(x^3)$ اکید اکید

$f(x)<x^3$

$(x^3+x)^3<x^3 \xrightarrow{\text{ریشه ۳}} x^3+x<x$

$x^3<0$

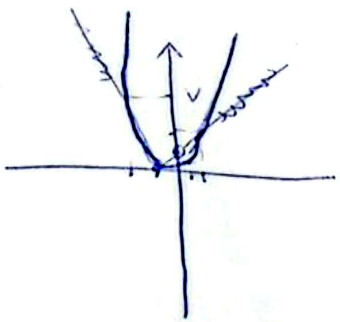
$\boxed{x<0}$

$x\in(-\infty,0)$

-۳ ۲

$y=|x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$



ناپیوسته

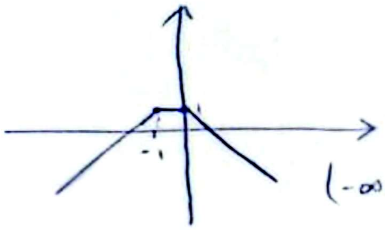
۴-

$$f(x)=\frac{2x+1}{|x|-|x+1|}\times\frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|}=\frac{\cancel{(2x+1)}(|x|+|x+1|)}{\cancel{x^2-x^2-2x-1}}=-(|x|+|x+1|)$$

$-\cancel{(2x+1)}$

۲

$D_f=(-\infty,a]$



$f(x)$ در بازه $(-\infty,0]$ صعودی است

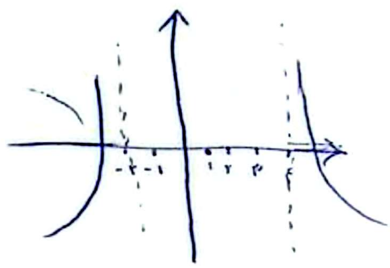
$a=0$ ✓

۵-

$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8)\rightarrow\log_{\frac{1}{2}}(x-4)(x+2)$

$-\log_2(x-4)(x+2)$

۲



تابع f در بازه $(-\infty,-2)$ صعودی اکیداست

$\{f(x_1)<f(x_2)\ |\ \text{if}\ x_1<x_2\ ,\ x\in(-\infty,-2)\}$ ✓

۶-

$f(x)=(a^2-3)^x$

۱,۵

الف) اکیداً صعودی

ب) صعودی

$a^2>4\quad a^2-3>1$

$\boxed{2<a \quad a<-2}$ ✓

$x_1<x_2$ تابع نمایی $\Leftarrow$ $f(x_1)<f(x_2)$

$x_1<x_2\ ,\ f(x_1)\leq f(x_2)$

$(a^2-3)\geq 1$

$a^2\geq 4$

$2\leq a \quad a\leq -2$ ✓

$a^2-3=0$

$\cup\quad a=\pm\sqrt{3}$

۷-

(۲)

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \qquad (-3,-1)$

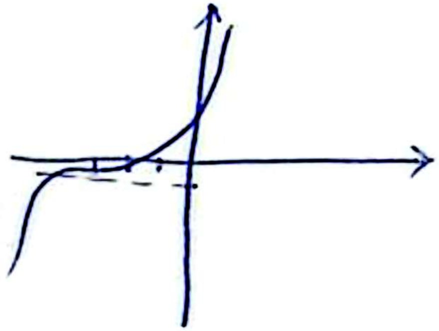
~~$f'(x)=3x^2+2ax+b$~~ ~~$27-6a+b=0$~~

~~$b=6a-27$~~ ~~$b=6a-27$~~

~~$-27+9a-3b+c=-1$~~

~~$c=26+3b-9a$~~

$f(x)=(x+3)^3-1$



$f(x)\geq 0$ برای صعودی اکید بودن

$0\leq (x+3)^3-1 \qquad 1\leq (x+3)^3 \qquad 1\leq x+3$

$-2\leq x$

$k=-2$

$\boxed{k_{min}=-2}$ ✓

۸- (۱,۲۵)

$f(x)=x+\sqrt{x}-2$

$\cancel{f}\circ f(x)\leq \cancel{f}(\sqrt{x})$

$f(x)$ اکیداً صعودی

$x+\sqrt{x}-2\leq\sqrt{x}$

$D_f=[0,+\infty)$ (۱) $\cap \begin{matrix} x-2\leq 0 \\ x\leq 2\end{matrix}$ (۲) $\Longrightarrow x\in\cancel{[0,2]}$ $[1,2]$

$f\circ f(x) \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} f(x)\geq 0 \to x\geq 1$ (۳)

۹) ۰/۷۵

$f(x) = ۲\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} - ۲\sqrt[۳]{۱-۹\cos^۲ x} \quad ۲\left(\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} - \sqrt[۳]{-(۹\cos^۲ x - ۱)}\right)$

$۲\left(۲\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱}\right) = ۴\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱}$

$۰ \leq \cos^۲ x \leq ۱$

$۰ \leq ۹\cos^۲ x \leq ۹ \quad -۱ \leq ۹\cos^۲ x - ۱ \leq ۸$

$-۱ \leq \sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} \leq ۲$ ✓ $\quad -۴ \leq ۴\sqrt[۳]{۹\cos^۲ x - ۱} \leq ۸$ ؟

قرینه

$R_f = [-۴, ۸] \quad \boxed{|۸-(-۴)| = ۱۲}$

$-۲ \leq \sqrt[۳]{۱-۹\cos^۲ x} \leq ۱$

min $۲^{-۱} - ۲^{۱} = -\frac{۳}{۲}$

Max $۲^{۲} - ۲^{-۲} = \frac{۱۵}{۴}$

۱۰-) ۲

$f(x) = x - [x+۲] \qquad x - [x] - ۲ \qquad ۰ \leq x - [x] < ۱ \quad -۲ \leq x - [x] - ۲ < -۱ \quad R_f = [-۲, -۱)$

$g(x) = \frac{۲^x - ۲^{-x}}{۲} = \frac{۲^{f(x)} - ۲^{-f(x)}}{۲} \rightarrow \frac{۲^{-۲} - ۲^{۲}}{۲} = \frac{-۱۵}{۸}$

$-۲ \leq f(x) < -۱$

$\frac{۲^{-۱} - ۲^{۱}}{۲} = \frac{\frac{۱}{۲} - ۲}{۲} = \frac{-۳}{۴}$

$R_{gof} = \left[\frac{-۱۵}{۸}, \frac{-۳}{۴}\right)$ ✓