

$$f(x+1) = \begin{cases} x^2(x+1)-1 & x \geq 1 \\ x^2(x+1)-1 & x < 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x \geq 1 \\ x^2-1 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1-x) \geq f(x+1) \xrightarrow{\text{چون تابع صعودی است}} 1-x \geq x+1 \rightarrow x < 1$$

۱

$$f(x^2) < f(x^3) \xrightarrow{\text{تابع اکثراً صعودی است}} f(x) < x^3 \rightarrow (x^2+x)^3 < x^3$$

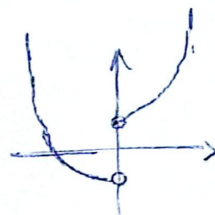
$$\rightarrow x^2+x < x \rightarrow x^2 < 0 \rightarrow x < 0$$

۲

$$y = |x|(x^2 + \frac{1}{x}) \rightarrow x \neq 0$$

$$x > 0 \rightarrow x(x^2 + \frac{1}{x}) = x^3 + 1$$

$$x < 0 \rightarrow -x(x^2 + \frac{1}{x}) = -x^3 - 1$$

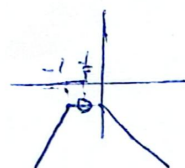


طبقه شش
تابع نایبوست

۳

$$\frac{-1}{x+1} \quad \frac{0}{-1} \quad \frac{0}{-x-1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{x}\}$$



تابع f در $(-\infty, 0)$ صعودی است

$$\rightarrow |a|_{\max} = 0$$

۴

$$x^2 - 2x - 1 > 0 \rightarrow (x-1)/(x+1) > 0 \rightarrow$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(+\infty) \rightarrow -\infty$$

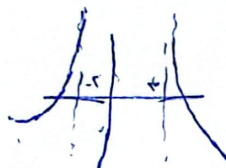
$$x = -1 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(-2) \rightarrow 0^+$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}) \rightarrow 0^+$$

$(-\infty, -2)$ در بازه
اکثراً صعودی است

$$\frac{-2}{+} \quad \frac{+}{-} \quad \frac{+}{+} \rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$$



چون $\frac{1}{2} = 1$ است
هر چه x بزرگتر باشد
گرایش کوچکتر است

۵

$y = a^x \rightarrow a > 0 \rightarrow f(x) = (a^x - 3)^2 \rightarrow a^x - 3 > 0 \rightarrow a^x > 3 \rightarrow \begin{cases} a > \sqrt[3]{3} \\ a < -\sqrt[3]{3} \end{cases}$ $t^2 = (a^x - 3)^2 \xrightarrow{\text{برای صعودی چون}} t > 1 \rightarrow a^x - 3 > 1 \rightarrow a^x > 4 \rightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$ برای تابع اکبر صعودی و صعودی داریم: الف) $a \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ب) $a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ اکبر صعودی: $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ صعودی: $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	۶
$f(-3) = -27 + 9a - 3b + c = -1 \rightarrow 9a - 3b + c = 26$ $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow f'(-2) = 3(4) + 2a(-2) + b \rightarrow 12 - 4a + b = 0$ $\rightarrow b = 4a - 12$ $\rightarrow 9a - 3(4a - 12) + c = 26 \rightarrow c = 9a - 50$ $f(x) = x^3 + ax^2 + (4a - 12)x + 9a - 50, f'(x) = 3x^2 + 2ax + 4a - 12$ $\xrightarrow{x=-2} x^3 + \frac{12}{x} + 2a - 9 = 0 \xrightarrow{x=-3} f'(x) = 3(x+3)(x - (\frac{9}{x} - 2)) \xrightarrow{x = \frac{9}{x} - 2} x = -3$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $x^3 > 0 \rightarrow x > 0$ $f(x) = 0$ تابع مثبت است $K_{min} = -3$	۷
$f(x) = x + \sqrt{x} - 2 \rightarrow D_f = [0, +\infty)$ تابع صعودی است $\rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \rightarrow x + \sqrt{x} - 1 \leq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 2$ ① $n(2) \rightarrow x \in [0, 2] \rightarrow$ صعودی. $(0, 1, 2)$	۸
$ \cos x \leq 1 \rightarrow -1 \leq \cos x - 1 \leq 1 \rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{\cos x - 1} \leq 1$ $f(x) = \sqrt[3]{\cos x - 1} - \sqrt[3]{1 - \cos x} = t^{\frac{1}{3}} - (-t)^{\frac{1}{3}} \rightarrow -1 \leq t \leq 1$ $a = f(-1) = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{3} \Rightarrow b - a = \frac{10}{3} - (-\frac{2}{3}) = \frac{12}{3}$ $b = f(1) = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} = \frac{10}{3}$	۹
$f(x) = 2 - [x] - 2 \rightarrow R_f = [-1, -1)$ $0 \leq x - [x] < 1$ $g(f(x)) \in [g(-2), g(-1)) \rightarrow \begin{cases} g(-2) = \frac{2^{-2} - 2^2}{2} = \frac{\frac{1}{4} - 4}{2} = -\frac{15}{4} \\ g(-1) = \frac{2^{-1} - 2^1}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{2} = -\frac{3}{4} \end{cases}$ $R_{g \circ f} = [-\frac{15}{4}, -\frac{3}{4})$	۱۰