

۱۴، ۷۵

نام و نام خانوادگی آتیه جلیل پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۹ کلاس دوازدهم A

$$f(x+1) = \begin{cases} x^2(x+1)-1 & x \geq 1 \\ x^2(x+1)-1 & x < 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x \geq 1 \\ x^2-1 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(1-x) \geq f(x+1) \xrightarrow{\text{چون تابع صعودی است}} 1-x \geq x+1 \rightarrow x < 1 \quad \checkmark$$

(۲)

۱

$$f(x) < f(x^2) \xrightarrow{\text{تابع اکثراً صعودی است}} f(x) < x^2 \rightarrow (x^2+x)^2 < x^2$$

$$\rightarrow x^2+x < x \rightarrow x^2 < 0 \rightarrow x < 0 \quad \checkmark$$

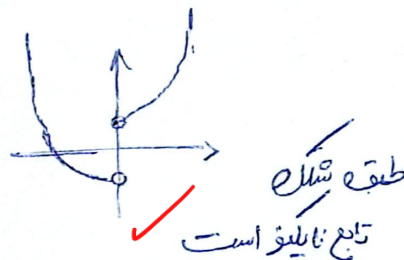
(۲)

۲

$$y = |x|(x^2 + \frac{1}{x}) \rightarrow x \neq 0$$

$$x > 0 \rightarrow x(x^2 + \frac{1}{x}) = x^3 + 1$$

$$x < 0 \rightarrow -x(x^2 + \frac{1}{x}) = -x^3 - 1$$

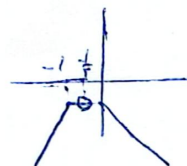


(۲)

۳

$$\frac{-1}{x+1} \quad \frac{0}{-1} \quad \frac{0}{-x-1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{x}\}$$



$\rightarrow$ تابع f در $(-\infty, 0)$ صعودی است

$$\rightarrow |a|_{\max} = 0 \quad \checkmark$$

(۲)

۴

$$x^2 - 2x - 1 > 0 \rightarrow (x-1)/(x+1) > 0 \rightarrow$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(+\infty) \rightarrow -\infty$$

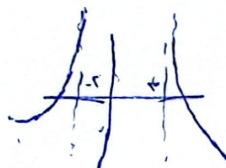
$$x = -1 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(-2) \rightarrow 0^+$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(1/2) \rightarrow 0^+$$

$\checkmark$ در بازه $(-\infty, -2)$ اکثراً صعودی است

$$\frac{-2}{+1} \quad \frac{+}{-1} \quad \frac{+}{+1} \rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$$



چون $\frac{1}{2}$ است هر چه x بزرگتر باشد گرایش کوچکتر است

(۲)

۵

$y = a^2 \rightarrow a > 0 \rightarrow f(x) = (a^2 - 3)^2 \rightarrow a^2 - 3 > 0 \rightarrow a^2 > 3 \rightarrow \begin{cases} a > \sqrt{3} \\ a < -\sqrt{3} \end{cases}$ $t^2 = (a^2 - 3)^2 \xrightarrow{\text{برای صعودی چون}} t > 1 \rightarrow a^2 - 3 > 1 \rightarrow a^2 > 4 \rightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$ $\cup \quad a^2 - 3 = 0 \rightarrow a = \pm\sqrt{3}$ الف) $a \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ ✓ ب) $a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ✓ برای تابع اکبر صعودی و صعودی داریم: اکبر صعودی: $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ صعودی: $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	1, 5 6
$f(-3) = -27 + 9a - 3b + c = -1 \rightarrow 9a - 3b + c = 26$ $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow f'(-2) = 3(4) + 2a(-2) + b \rightarrow 27 - 4a + b = 0$ $\rightarrow b = 4a - 27$ $\rightarrow 9a - 3(4a - 27) + c = 26 \rightarrow c = 9a - 55$ $f(x) = x^3 + ax^2 + (4a - 27)x + 9a - 55, \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + 4a - 27$ $\xrightarrow{x=-3} x^3 + \frac{1}{3}x + 2a - 9 = 0 \xrightarrow{x=-3} f'(x) = 3(x+3)(x - (\frac{4a}{3} - 2)) \xrightarrow{x = -3} \frac{x = -3}{x = \frac{4a}{3} - 2}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $f(x) = 0$ ندارد تابع مثبت است	5 7 1, 2, 5
$f(x) = x + \sqrt{x} - 2 \rightarrow D_f = [0, +\infty)$ حداکثر تابع اکبر صعودی است $\rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \rightarrow x + \sqrt{x} - 1 \leq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 2$ ① $n(2) \rightarrow x \in [0, 2] \rightarrow \text{محدوده صعودی} \rightarrow [0, 2]$ $f(0) = -2, f(2) = 0 \rightarrow n \geq 1$	8 1, 2, 5
$\sqrt{9\cos^2 x - 1} \geq 1 \rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x - 1 \leq 1 \rightarrow -1 \leq \sqrt{9\cos^2 x - 1} \leq 1$ $f(x) = \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} - \sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x} = t^{\frac{1}{3}} - t^{-\frac{1}{3}} \rightarrow -1 \leq t \leq 1$ $a = f(-1) = 2^{-\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{3}$ $b = f(1) = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{-\frac{1}{3}} = \frac{10}{3}$ $\Rightarrow b - a = \frac{10}{3} - (-\frac{2}{3}) = \frac{12}{3} = 4$	2 9
$f(x) = 2 - [x] - 2 \rightarrow R_f = [-1, -1)$ $\text{یعنی } x - [x] < 1$ $g(f(x)) \in [g(-2), g(-1)) \rightarrow \begin{cases} g(-2) = \frac{2^{-2} - 2^2}{2} = \frac{\frac{1}{4} - 4}{2} = -\frac{15}{4} \\ g(-1) = \frac{2^{-1} - 2^1}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{2} = -\frac{3}{4} \end{cases}$ $R_{g \circ f} = [-\frac{15}{4}, -\frac{3}{4})$	2 10