

① چون تابع f یک اکیدا صعودی یا اکیدا نزولی است پس داریم:

$$f(3-x) - f(x+1) > 0 \Rightarrow f(3-x) > f(x+1) \Rightarrow 3-x > x+1 \Rightarrow 2 > 2x \Rightarrow x < 1$$

$$\Rightarrow D_{f^+} = (-\infty, 1]$$

②

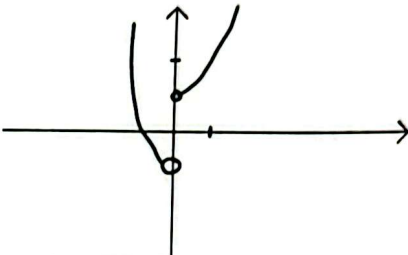
تابع f یک تابع اکیدا صعودی است و شیب دارد:

$$f \circ f(x) < f(x^3) \Rightarrow f(x) < x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3 < x^3 \Rightarrow x^3+x < 1$$

$$\Rightarrow x^3 < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \boxed{x \in (-\infty, 0)}$$

③

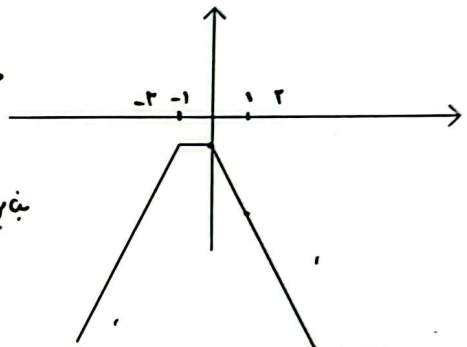
مطابق نمودار تابع غیر یکنوا است

$$y = \begin{cases} x(x^2 + \frac{1}{x}) \Rightarrow x^3 + 1; x > 0 \\ -x(x^2 + \frac{1}{x}) \Rightarrow -x^3 - 1; x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$


④ ابتدا عبارت $f(x)$ را در بازه مختلفه تعیین می‌کنیم

$$y = |x| - |x+1| = \begin{cases} -1; x \geq 0 \\ -2x-1; -1 \leq x < 0 \\ 1; x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x-1; x \geq 0 \\ -1; -1 \leq x < 0 \\ 2x+1; x < -1 \end{cases}$$

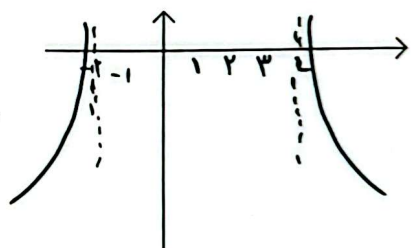
بنابراین در بازه $[-1, 0]$ صعودی است پس بیشترین مقدار 0 برابر می‌شود.

$$\boxed{a_{\max} = 0}$$


$$y = \log \frac{1}{x} = \log \frac{(x-2)(x+2)}{1} = \log(x-2) + \log(x+2)$$

$$\Rightarrow D_{f^+} = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$$

چون این تابع در بازه $(-\infty, -2)$ اکیدا صعودی است



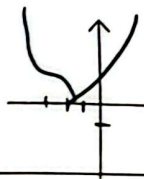
ا) $a^x - 3 > 1 \Rightarrow a^x > 4 \Rightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$

⑤

ب) $a^x - 3 > 1 \Rightarrow a^x > 4 \Rightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$

$$f(x) = (x+2)^3 - 1 - x^3 + 3x^2 + 9x + 12 \Rightarrow a=3, b=9, c=12$$

(v)



$$= |f(x)| \Rightarrow (x+2)^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x+2)^3 = 1 \Rightarrow x+2 = 1 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \boxed{K_{min} = -2}$$

① $f(x) \leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \Rightarrow x \leq 2$

$$f(x) \leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \Rightarrow x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \Rightarrow x \leq 2$$

$$D_f \cap f = \{x/x \in D_f, f(x) \in D_f\}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$$

$$\Rightarrow x \in [0, +\infty), x + \sqrt{x} - 2 \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x} + \frac{1}{2} \geq \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 \geq \frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \\ \sqrt{x} + \frac{1}{2} \leq -\frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x} \leq -2 \text{ (not possible)} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x \in [1, 2]}$$

$$\sqrt{16x^2 - 1} = t \quad t^2 - 1 = 16x^2 - 1 \Rightarrow t^2 = 16x^2 \Rightarrow t = 4x$$

② $f(x) = \sqrt{16x^2 - 1}$ is defined for $x \in [-1, 1]$

برای هر x در $[-1, 1]$ داریم:

$$-1 \leq 4x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \sqrt{16x^2 - 1} \leq 1 \Rightarrow t \in [-1, 1]$$

$$\Rightarrow t = -1 \Rightarrow \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4}, t = 1 \Rightarrow 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow R_f = [-\frac{7}{4}, \frac{7}{4}] \Rightarrow \frac{10}{2} + \frac{4}{2} = \frac{14}{2}$$

$$R_g \cap f = \{x/y\} | x \in R_f \cap D_g \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

(b)

$$f(x) = x - [x+1] = x - [x] - 1 \Rightarrow R_f = \{x/x - [x] < 1\} \Rightarrow -1 \leq x - [x] - 1 < 1 \Rightarrow R_f = [-1, 1)$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x} \quad (x \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - 2 = -\frac{10}{x} \Rightarrow R_g = [-\frac{10}{x}, -\frac{3}{x}]$$

$$x = -1 \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{-1} - 1 = -\frac{3}{2}$$