A سری ۱۲ تکلیف ۸ پرهام قصیم

Subject: Date:

۱

$f(x)=\sqrt{\log_2^{(x-1)}}$ ، $g(x)=\sqrt{x^2+4x-4}=\sqrt{-(x-2)^2} \longrightarrow$ فقط $x=2$

$gof(x)=g(f(x))=\sqrt{-(\sqrt{\log_2^{(x-1)}}-2)^2} \longrightarrow -(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2\geq 0 \longrightarrow \underbrace{(\sqrt{\log_2^{x-1}}-2)^2}_{\text{نامنفی}}\leq 0$

$x-1>0 \Rightarrow x>1$ $\quad x=17 \leftarrow \log_2^{x-1}=4 \Leftarrow \sqrt{\log_2^{x-1}}=2$

$D_{gof(x)}=\boxed{17}$

۲

$fog(x)=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$gof(x)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2+25-20x-6x+23=4x^2-26x+48$

$\Rightarrow 4x^2-26x+48=2x^2-6x+11 \to 2x^2-20x+37=0 \longrightarrow \alpha^2+\beta^2=S^2-2P$

$S=-\frac{b}{a}=\frac{20}{2}=10$ $\quad P=\frac{c}{a}=\frac{37}{2} \Rightarrow 100-37=63$

۳

$g(f(x))=5x^2+11 \Rightarrow g(2x)=5x^2+11 \xrightarrow[x=\frac{t}{2}]{2x=t} g(t)=\frac{5t^2}{4}+11 \to g(x)=\frac{5x^2}{4}+11$

$g(x-7) \xrightarrow{*} \frac{5(x-7)^2}{4}+11=\frac{5x^2-70x+289}{4} \xrightarrow{min} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{70}{10}=7$

$y_S=5\times 7^2-70\times 7+289=44$

$11=\frac{44}{4}$

۴

$fog(x)=f(g(x))=3(g(x))-4=3x^2-6x-1 \xrightarrow{+4} 3g(x)=3x^2-6x+3$

$g(x)\overset{*}{=}x^2-2x+1 \quad \div 3$

$gof(x) \xrightarrow{*} (3x-4)^2-2(3x-4)+1$

$9x^2+16-24x-6x+9=\boxed{9x^2-30x+25}$

۵

$f-g=-x+5 \xrightarrow{\times 2} 2f(x)-2g(x)=-2x+10-(3f(x)-2g(x)=14) \Rightarrow g(x)=3x-1$

$3f(x)-2g(x)=14$

$f(g(x))=2(3x-1)+4=6x+2$

$fog(x)=\frac{-2}{a}x+2$

$\frac{-2}{a}=6 \Rightarrow \boxed{a=\frac{-1}{3}}$

(۶)

$f(x)=9^x$, $g(x)=\log_3 x$

$fog(x)=f(g(x))=9^{\log_3 x}=x^{\log_3 9}=x^2$

$gof(x)=g(f(x))=\log_3 9^x=2x$

$2x \geq x^2 \Rightarrow 2x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(2-x)\geq 0$

	۰		۲	
$-$		$+$		$-$

$\boxed{[0,2]}$

(۷)

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=\underbrace{x^2-4+\frac{4}{x^2}}_{\left(\frac{2}{x}-x\right)^2}+x-\frac{2}{x} \Rightarrow f(t)=t^2+t \Rightarrow \boxed{f(x)=x^2+x}$

$\frac{x^2-2}{x} = x-\frac{2}{x}$

(۸)

$f(x)=\log_2 x$, $g(x)=8x-x^2$

$fog(x)=f(g(x))=f(8x-x^2)=\log_2 (8x-x^2) \rightarrow 8x-x^2>0 \rightarrow x(8-x)>0$

	۰		۸	
$-$		$+$		$-$

$\boxed{A=(0,8)=D_{fog}}$

$x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-8}{-2}=4 \quad y_S=32-16=16 \rightarrow \log_2 16=4 \Rightarrow \boxed{R_{fog}=(-\infty,4]=B}$

$\min \rightarrow -\infty$

$A\cap B \Rightarrow (0,4] \longrightarrow 1,2,3,4 \Rightarrow$ ۴ عدد صحیح

(۹)

$h(x)=x^3+2x+1$, $g(x)=x-1$, $f(f(x))=1-3f^2(x) \rightarrow f(x)=1-3x^2 \ *$

$h(g(x))=h(x-1)=(x-1)^3+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2 \ **$

$*\,** \Rightarrow x^3-3x^2+5x-2=1-3x^2 \Rightarrow x^3+5x-3=0 \rightarrow$ درجه ۳ $\Rightarrow$ یکبار محور را قطع می‌کند $\Rightarrow$ $\boxed{\text{۱ ریشه}}$

(۱۰)

$gof(x)=g\left(x-\frac{4}{x}\right)=ax^3+2x$

$g(3)=8 \Rightarrow x-\frac{4}{x}=3 \Rightarrow x^2-4=3x \rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow x=-1, 4$

$x=4 \Rightarrow g\left(4-\frac{4}{4}\right)=a4^3+2\times 4 \Rightarrow g(3)=64a+8=8 \Rightarrow \boxed{a=0}$

$x=-1 \Rightarrow g\left(-1-\frac{4}{-1}\right)=-a-2 \Rightarrow 8=-a-2 \Rightarrow \boxed{a=-10}$