نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

الف) $D_{f(t)} \rightarrow -۴ \le t \le ۲$

$t = ۳x-۲ \rightarrow -۴ \le ۳x-۲ \le ۲ \rightarrow -۲ \le ۳x \le ۴ \rightarrow -\frac{۲}{۳} \le x \le \frac{۴}{۳}$ $\quad D_{f(۳x-۲)} = [-\frac{۲}{۳}, \frac{۴}{۳}]$ ✓

ب) $D_{f(۳x-۲)} \rightarrow -۴ \le ۳x-۲ \le ۲$ ~~۲~~ ۴-

$t = ۳x-۲ \rightarrow x = \frac{t+۲}{۳} \rightarrow -۴ \le \frac{t+۲}{۳} \le ۲ \rightarrow -۱۴ \le t \le ۴$ $\quad D_{f(t)} = [-۱۴, ۴]$

$D_f = [-۱۴, -۸]$

(۱)

۲

$f(x) = x + \sqrt{x-۲} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} (x-۲) + \sqrt{(x-۲)-۲} = x-۲+\sqrt{x-۴} = f'(x)$

$y=x$ قرینه نسبت به $\rightarrow f'(x) \rightarrow f'^{-۱}(x)$

نیمساز ناحیه اول $\rightarrow y = x$

$f'^{-۱}(x) = x = f'(x) \rightarrow x = x-۲+\sqrt{x-۴} \rightarrow ۲ = \sqrt{x-۴} \rightarrow ۴ = x-۴ \rightarrow x = ۸$

$f'(۸) = ۸-۲+\sqrt{۸-۴} = ۸$ ✓

(۲)

۳

قاعده مثلث $\rightarrow t = ۳x-۱ \rightarrow \frac{t-۱}{۳} = x \rightarrow ۰ \le \frac{t-۱}{۳} \le ۴ \rightarrow ۱ \le t \le ۱۳$ ✓ طول قاعده $= ۱۲$

ارتفاع مثلث $\rightarrow ۰ \le y \le ۴ \rightarrow ۰ \le ۲f(t) \le ۴ \rightarrow ۰ \le f(t) \le ۲$ طول ارتفاع $= ۲$

$S = \frac{۲ \times ۱۲}{۲} = ۱۲$ ✓

(۲)

۴

$y = f(x) \xrightarrow{(۲,-۳)} f(۲) = -۳$

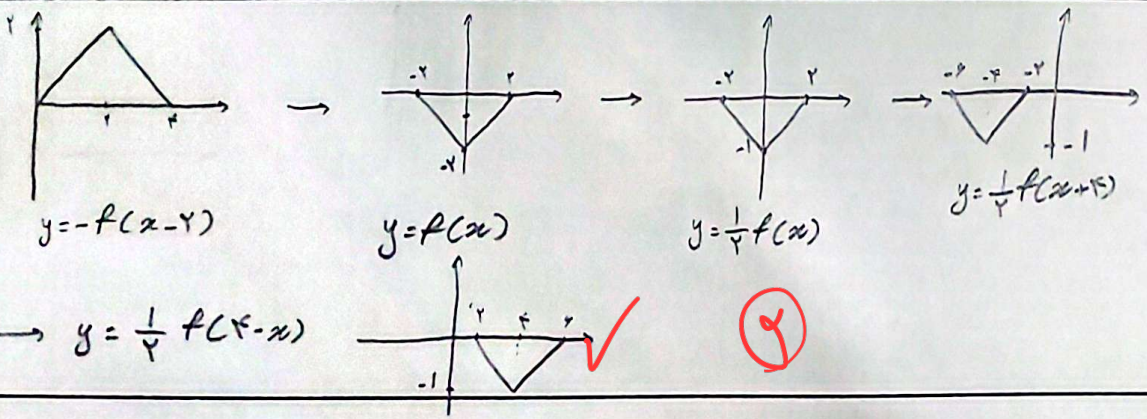
$y = a + ۲f(\frac{x-a}{۲}) \xrightarrow{(x,۲x-۱)} ۲f(\frac{x-a}{۲}) + a = ۲x-۱ \rightarrow f(\frac{x-a}{۲}) = \frac{۲x-۱-a}{۲}$

$\frac{x-a}{۲} = ۲ \rightarrow x-a = ۴ \rightarrow x = a+۴$

$\frac{۲x-۱-a}{۲} = -۳ \rightarrow ۲x-۱-a = -۶ \rightarrow ۲(a+۴)-۱-a = -۶ \rightarrow a = -۶$ ✓

(۲)

۵

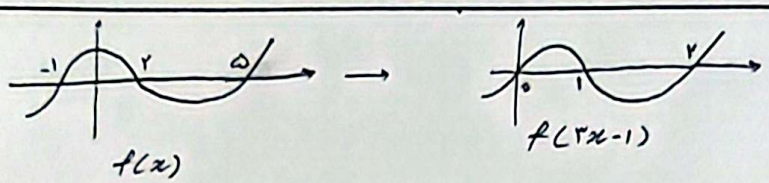


$y = -f(x-۲)$ $\quad y = f(x)$ $\quad y = \frac{۱}{۲}f(x)$ $\quad y = \frac{۱}{۲}f(x+۴)$

$\rightarrow y = \frac{۱}{۲}f(۴-x)$

✓

(۴)



۶

$-(x+۲)f(۳x-۱)\geq ۰ \longrightarrow (x+۲)f(۳x-۱)\leq ۰$

	-۲	۰	۱	۲
$x+۲$	−	۰ +	+	+
$f(۳x-۱)$	−	− ۰ +	۰ −	۰ +
حاصل	+	۰ −	۰ +	۰ − ۰ +

$D_{\sqrt{-(x+۲)f(۳x-۱)}} = [-۲,۰]\cup[۱,۲]$ ✓ (۲)

۷

$f(x)=|۲x-۳|+۱ \longrightarrow f(x+k)=|۲(x+k)-۳|+۱ \longrightarrow f(x+k)-۳=|۲(x+k)-۳|-۲=g(x)$

$f(x)=g(x) \longrightarrow f(۰)=g(۰)$ نقطه طلاقی روی محور y ها $\leftarrow x=۰$

$\longrightarrow |۲(۰)-۳|+۱=|۲(۰+k)-۳|-۲ \longrightarrow |۲k-۳|=۶ \longrightarrow \begin{cases} ۲k-۳=۶ \rightarrow k=\frac{۹}{۲} & \text{قبول} \\ ۲k-۳=-۶ \rightarrow k=-\frac{۳}{۲} & \text{قبول نیست} \end{cases}$

شرط مسئله $\leftarrow k>۰$ ✓ (۲)

۸

$f(x)=\frac{۲x-۱}{x+۱} \longrightarrow -f(x)=\frac{۱-۲x}{x+۱} \longrightarrow -f(\frac{x}{۳})=\frac{۱-\frac{۲}{۳}x}{\frac{x}{۳}+۱}=\frac{۳-۲x}{x+۳} \longrightarrow -f(\frac{x}{۳})+a=\frac{۳-۲x}{x+۳}+a=g(x)$

$g(x)=f(x) \longrightarrow \frac{۳-۲x}{x+۳}+a=\frac{۲x-۱}{x+۱} \longrightarrow a=\frac{۶x^۲+۴x-۶}{x^۲+۴x+۳} \longrightarrow ax^۲+۴ax+۳a=۶x^۲+۴x+۶$

$\longrightarrow (a-۶)x^۲+(۴a-۴)x+۳a-۶=۰$ ✓ (۱) اگر معادله خط باشد ← یک برخورد دارد

فقط یک جواب $\longrightarrow \Delta=۰ \longrightarrow (۴a-۴)^۲-۴(a-۶)(۳a-۶)=۱۶(a-۱)^۲-۱۲(a-۶)(a-۲)$

$=۴a^۲+۴۰a-۶۴=۰ \longrightarrow a^۲+۱۰a-۱۶=۰ \longrightarrow a=\frac{-۱۰\pm\sqrt{۱۴۴}}{۲}=-۵\pm\sqrt{۴۱}$

$\Delta=۰ \rightarrow$ ✗ جواب

$a=\sqrt{۴۱}-۵ \leftarrow a>۰$ اشتراک با بالا

$K=۴$

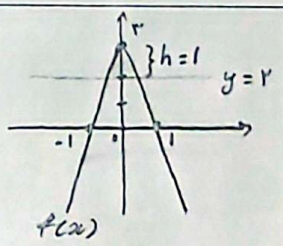
۹

$-f(\frac{x}{۳})+۲=|x|-۱ \longrightarrow f(\frac{x}{۳})=۳-|x| \longrightarrow f(x)=۳-|۳x|$

$f(x-۱)=۳-|۳x-۳|=۲$

$|۳x-۳|=۱ \longrightarrow \begin{cases} ۳x-۳=۱ \rightarrow x=\frac{۴}{۳} \\ ۳x-۳=-۱ \rightarrow x=\frac{۲}{۳} \end{cases}$ طول قاعده $=\frac{۲}{۳}$ $\quad h=۱$

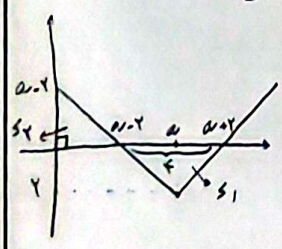
$S=\frac{۱\times\frac{۲}{۳}}{۲}=\frac{۱}{۳}$ ✓ (۲)



۱۰

$f(x)=|x-a|-۲ \longrightarrow f(x)=|x-\sqrt{۵}|-۲ \longrightarrow f(\frac{۱}{\sqrt{۵}})=|\frac{۱}{\sqrt{۵}}-\sqrt{۵}|-۲=\frac{۴}{\sqrt{۵}}-۲=\frac{۴\sqrt{۵}-۱۰}{۵}$

$f(\frac{۱}{۳})=\frac{۲}{۳}$



$S_۱=\frac{۱}{۲}(۲)(۴)=۴$

$S_۱+S_۲=\frac{۹}{۲} \longrightarrow S_۲=\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}(a-۲)(a-۲) \longrightarrow a^۲-۴=۱ \longrightarrow a=\pm\sqrt{۵}$

$a-۲>۰ \longrightarrow a>۲ \longrightarrow a=+\sqrt{۵}$

$\rightarrow a=۳$ ، $a=۱$ غ‌ق

(۱)