

① می دانیم هر عددی که حاصلی از ترکیب دو تابع محدود و ثابت داشته باشد به عنوان تابع محدود در نظر می آید.

الف) $D_{f \circ g} = [-4, 2]$

$\Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(g(x-2)) \Rightarrow -4 \leq 3x-2 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 3x \leq 4 \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \Rightarrow D_{f \circ g} = [-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}]$

ب) $D_{f \circ g}(x) = [-2, 2] \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -12 \leq 3x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 3x-2 \leq 4$

$f(x) \Rightarrow -14 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_{f \circ g} = [-14, 4] \rightarrow D_f = [-14, -8]$

تذکره: برای هر تابعی که محدود و ثابت باشد در این بازه باشد.

② متوجه می شویم که تابعی را به خط $y=x$ (خط یکنواختی) تبدیل می دهیم.

فرایه می کنیم یعنی داریم نقطه (x, y) را به (y, x) تبدیل می دهیم.

چون $y=x$ پس $y=x-2 \Rightarrow y-2=x-2 \Rightarrow y=x$

$\Rightarrow y-2+\sqrt{y-4}=x \Rightarrow y-4+\sqrt{y-4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=x$

$\Rightarrow (\sqrt{y-4}+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}=x \Rightarrow (\sqrt{y-4}+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}=y \Rightarrow y-4+\sqrt{y-4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=y \Rightarrow \sqrt{y-4}=\frac{7}{4} \Rightarrow y-4=\frac{49}{16} \Rightarrow y=\frac{103}{16}$

③ اگر فرض کنیم در این صورت انتقال عمودی نداریم به عنوان تابعی که مساحت تابع $f(x)$ را محدود می کند.

در حقیقت متوجه می شویم با ارتفاع هر یک از این دایره ها و اندازه نه فصل در نظر می آید.

$0 \leq f(x) \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow y_{max} = 2$

$x=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow f(0)=0$

$x=4 \Rightarrow f(4)=0 \Rightarrow f(4)=0$

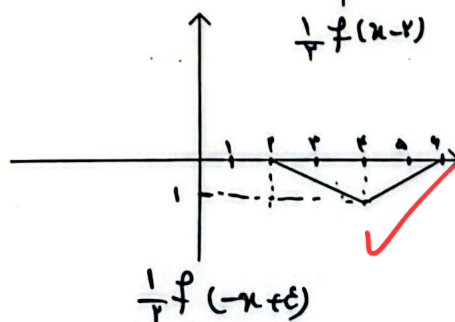
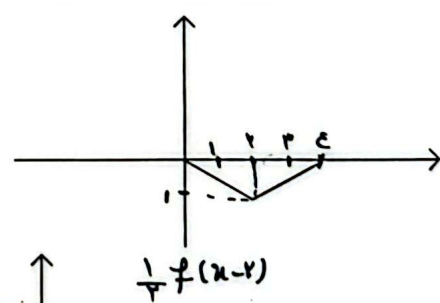
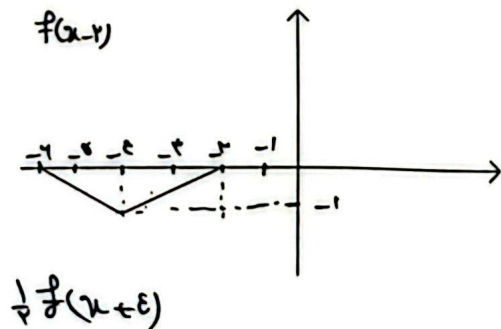
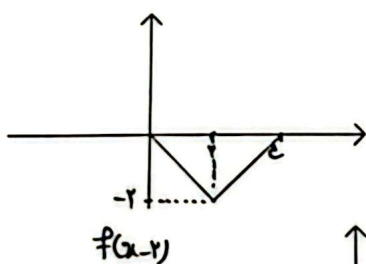
$\Rightarrow S = \frac{2 \times 2}{2} = 2$

④ $A'(B, 2\beta-1)$

$\Rightarrow f(x) = -3 \Rightarrow \frac{\beta-a}{\gamma} = 2 \Rightarrow \beta-a=4$

$a+2f(2) = 2\beta-1 \Rightarrow a-4 = 2\beta-1 \Rightarrow 2 = 2\beta-a$

$\Rightarrow \begin{cases} \beta-a=4 \\ 2\beta-a=2 \end{cases} \Rightarrow \beta=-2 \Rightarrow a=-4$



$$-(x+2)f(2x-1) \Rightarrow (x+2)f(2x-1) \Leftarrow$$

(۶)

$$f(x) \Rightarrow \begin{cases} f(-1)=0 \Rightarrow 2x-1=-1 \Rightarrow x=0 \\ f(1)=0 \Rightarrow 2x-1=1 \Rightarrow x=1 \\ f(2)=0 \Rightarrow 2x-1=2 \Rightarrow x=1.5 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-2, 0] \cup [1, 2] \quad \checkmark \quad (۲)$$

$$f(x) = |2x-3|+1 \xrightarrow{x \rightarrow x+k} |2x+2k-3|+1 \xrightarrow{y \rightarrow y-2} |2x+2k-3|-2 = g(x) \quad (۷)$$

وقتی نقطه بر محور y ها است یعنی x این برابر صفری باشد

$$g(x) = f(x) \xrightarrow{x=0} |2k-3|-2 = |-3|+1-2 \Rightarrow |2k-3|=4 \Rightarrow \begin{cases} 2k-3=4 \Rightarrow 2k=7 \Rightarrow k=3.5 \\ 2k-3=-4 \Rightarrow 2k=-1 \Rightarrow k=-0.5 \end{cases} \quad \checkmark \quad (۵)$$

$$y \rightarrow -y \Rightarrow \frac{1-2x}{x+1} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x}{k}} \frac{1-\frac{2x}{k}}{\frac{x}{k}+1} = \frac{k-2x}{x+k} \xrightarrow{y \rightarrow y+k} \frac{k-2x}{x+k} + k \quad (۸)$$

$$= \frac{k-2x+kx+2k}{x+k} = \frac{(k-2)x+4k+2}{x+k} = \frac{2x-1}{x+1}$$

$$\Rightarrow (k-2)x^2 + (3k+4)x + (k-2)x + 2k+2 = 2x^2 + 4x - x - 3 \quad (۱۱.۵)$$

$$\Rightarrow (k-2)x^2 + (3k+4)x + 2k+2 = 2x^2 + 4x - x - 3$$

$$\Rightarrow (k-4)x^2 + (3k-4)x + 2k+4 = 0 \quad \checkmark$$

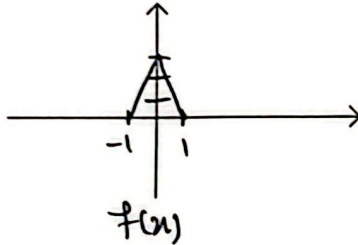
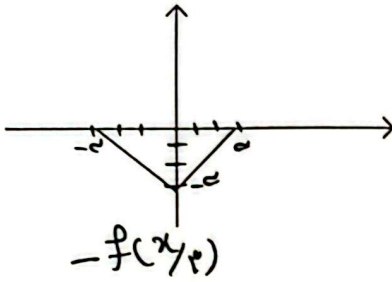
$$\Rightarrow \Delta = 14k^2 - 22k + 14 - 4(k-4)(3k+4) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - (k-4)(3k+4) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - (3k^2 - 4k - 14) = 0$$

$$\rightarrow 4k^2 - 14k + 4 - 3k^2 + 4k + 14 = 0 \Rightarrow k^2 - 2k + 18 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{حله ندارد} \quad \checkmark$$

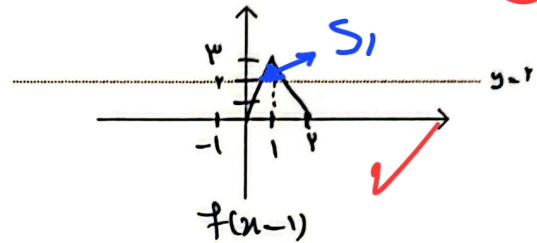
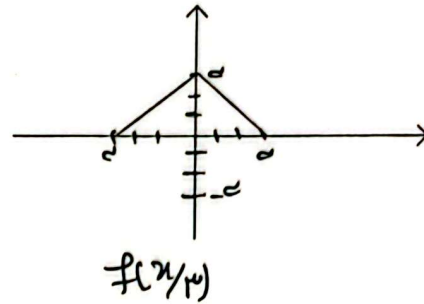
اگر معادله خط باشد یک جواب دارد $\leftarrow$ ضریب x صفر است $\leftarrow k=4$

9



$$K = \frac{1}{r} \Rightarrow K^r = \frac{1}{r}$$

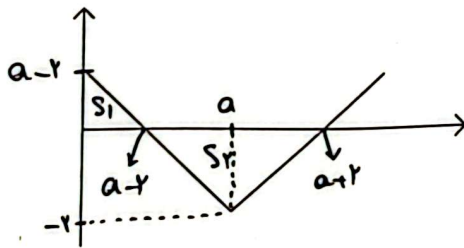
$$S_{\text{کل}} = \frac{r \times r}{r} = r \Rightarrow S_{\text{کل}} = \frac{r}{c}$$



1/5

طبق کتاب مساحت مثلث کوچک تر را می یابیم:

$$\frac{S_1}{S_{\text{کل}}} = \left(\frac{h_1}{h_{\text{کل}}}\right)^r \rightarrow \frac{S_1}{r} = \left(\frac{1}{r}\right)^r \rightarrow S_1 = \frac{1}{r}$$



10

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{r} \times (a-r)^r \Rightarrow S_1 + S_2 = r + \frac{1}{r} (a-r)^r = \frac{1}{r} \\ S_2 &= \frac{1}{r} \times r \times c = r \Rightarrow \frac{1}{r} (a-r)^r - \frac{1}{r} \Rightarrow (a-r)^r = 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} a-r = 1 \Rightarrow a = r+1 \\ a-r = -1 \Rightarrow a = r-1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(1/r) = \left| \frac{1}{r} - c \right| - r = \frac{r}{c}$$

2