Subject: Date: ۱۷/۲۰

۵/۳۱

شیتا بهرامی

۱) ۲

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow y(x-1)=x^2+x+2 \Rightarrow yx-y=x^2+x+2$

$\Rightarrow x^2+(1-y)x+(2+y)=0 \Rightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-4(1)(y+2)}}{2(1)}$ زیر رادیکال ≥ 0

$\Rightarrow (1-y)^2-4(y+2)\geq 0 \Rightarrow y^2-2y+1-4y-8\geq 0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0$

$\Rightarrow (y+1)(y-7)\geq 0$ $\quad \begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 7 & \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$ $\quad R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲) ۱/۵

الف) $y=2x^2-5x+1=2(x-\frac{5}{4})^2-\frac{25}{8}+1=2(x-\frac{5}{4})^2-\frac{17}{8}$

$0\leq(x-\frac{5}{4})^2 \Rightarrow 0\leq 2(x-\frac{5}{4})^2 \Rightarrow -\frac{17}{8}\leq \underbrace{2(x-\frac{5}{4})^2-\frac{17}{8}}_{y} \Rightarrow R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)$

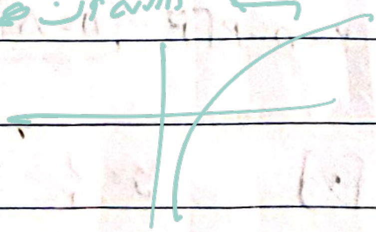
ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}=\sqrt{-(x-3)^2+4} \Rightarrow 0\leq(x-3)^2 \Rightarrow -(x-3)^2\leq 0$

$\Rightarrow -(x-3)^2+4\leq 4 \Rightarrow 0\leq\sqrt{-(x-3)^2+4}\leq 2 \quad R_f=[0,2]$

ج) در عبارت چندجمله‌ای ~~درجه~~ ~~...~~ با توان فرد ۷ برد R دارد و چون اعداد نامنفی را می‌توان داخل رادیکال قرار داد و اعداد نامنفی خارج می‌شوند لذا: $R_f=[0,+\infty)$

دامنه آن همه xهای + را شامل می‌شود

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$



c/۲۵

ب) $y = \sqrt{\frac{۲x+۱}{x-۲}}$ $\frac{۲x+۱}{x-۲} \xrightarrow{برد} R - \{\frac{۲}{۱}\}$ $\Rightarrow \boxed{R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{۲}\}}$ $- \{۲\}$

ج۲

c/۲۵

۴۰) $y = \frac{t^2+2}{t}$, $t = \sqrt{x^2+3}$,

$R_f = [\frac{5\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

Subject: .... Date: ....

Mo Tu We Th Fr Sa Su

۴) اصلی $y=\frac{3x^2+4}{x^2+1} \Rightarrow 3x^2+4=yx^2+y \Rightarrow (3-y)x^2=y-4$

$\Rightarrow x^2=\frac{y-4}{3-y}$

I) $3-y\neq 0 \Rightarrow y\neq 3$

II) $\frac{y-4}{3-y}\geq 0$ — 3, 4: $- + -$

---

۴) اصلی $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow yx^2-y=3x^2+4 \Rightarrow (y-3)x^2=y+4$

$\Rightarrow x^2=\frac{y+4}{y-3} \Rightarrow \frac{y+4}{y-3}\geq 0 \Rightarrow$ −4, 3: $+ - +$ $\Rightarrow R_f=R-(-4,3]$

روش ترکیبی: $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

(شرح می توانند به وجود) $x=\pm 1 \Leftarrow x^2=1 \Leftarrow x^2-1=0$

$x^2 \xrightarrow{+\infty} y\to 3$ (دیل کش)

$x^2 \xrightarrow{0} y=\frac{4}{-1}=-4$

$\boxed{R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)}$

---

۵) اصلی $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \Rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1 \Rightarrow (y-2)\sin x=-3y-1$

$\Rightarrow \sin x=-\frac{3y+1}{y-2}=\frac{3y+1}{2-y} \Rightarrow -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

نامعادله

I) $\frac{3y+1}{2-y}\leq 1 \Rightarrow \frac{3y+1}{2-y}-1\leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y}\leq 0$ — $\frac{1}{4}$, 2: $- + -$

II) $\frac{3y+1}{2-y}\geq -1 \Rightarrow \frac{3y+1}{2-y}+1\geq 0 \Rightarrow \frac{2y+3}{2-y}\geq 0$ — $-\frac{3}{2}$, 2: $- + -$

$\Rightarrow I_1=(-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)\ ,\ I_2=[-\frac{3}{2},2)$

$\Rightarrow R_f=I_1\cap I_2=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

PINE NOTEBOOK

روش تذکر

$-1 \le \sin x \le 1 \Rightarrow 2 \le \sin x + 3 \le 4 \Rightarrow$ مخرج ریشه ندارد

$$\sin x \begin{cases} 1 \to \dfrac{2(1)-1}{(1)+3} = \dfrac{1}{4} \\ -1 \to \dfrac{2(-1)-1}{(-1)+3} = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{R_f = \left[-\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{4}\right]}$$

---

۶) برای دامنه کافی است مخرج صفر نشود.

$x^2 - x + 1 \neq 0 \quad \Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$ ریشه ندارد

$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R}}$

۱/۵

اکنون برد را حساب می‌کنیم:

ابتدا با استفاده از تذکر ۲ داریم:

$$f(x) = \frac{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}}{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}} = \frac{\square + \frac{1}{4}}{\square + \frac{5}{4}}$$

$$(x-\tfrac{1}{2})^2 \begin{cases} \xrightarrow{+\infty} \lim\limits_{\square \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{\square \to +\infty} \left(\dfrac{\square + \frac{1}{4}}{\square + \frac{5}{4}}\right) = 1 \\ \xrightarrow{0} \dfrac{0+\frac{1}{4}}{0+\frac{5}{4}} = \dfrac{2}{5} \end{cases}$$

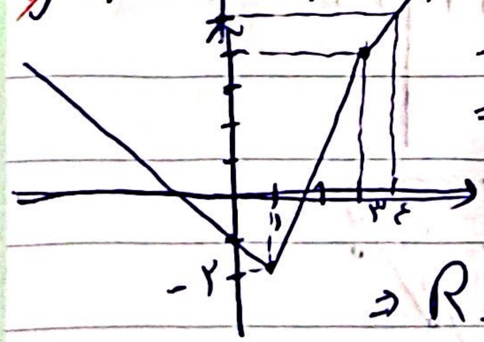
$[0, 1) = R$ $\to 0$

و با توجه به بخش بالا اثر بدست آوردیم که Δ مخرج که یعنی ریشه ندارد و لذا

$$R_f = \left[\tfrac{2}{5}, 1\right]$$

---

۷) الف) $y = |2x-2| - |x-3|$

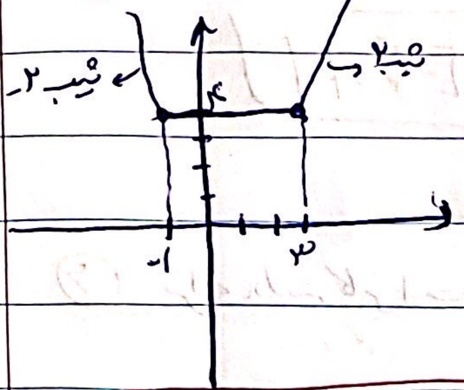


x		1		3	
	$-2x+2+x-3 = -x-1$		$2x-2+x-3 = 3x-5$		$2x-2-x+3 = x+1$
		$\boxed{-2}$		$\boxed{4}$	

$\Rightarrow R_f = [-2, +\infty)$

۲

ب) $|x-3|+|x+1|$



-1		3	
$-x+3-x-1 = -2x+2$	$3-x+x+1 = 4$		$x-3+x+1 = 2x-2$
	$\boxed{4}$		$\boxed{4}$

$R_f = [4,+\infty)$

---

۸) $|x-2| - |2x+2| \leq 1 \Rightarrow$

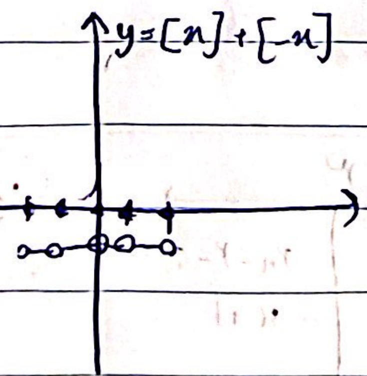
$x \leq -1$	$-1 < x < 2$	$x \geq 2$
$2-x+2x+2 \leq 1$	$2-x-2x-2 \leq 1$	$x-2-2x-2 \leq 1$
$\Rightarrow x \leq -3$	$\Rightarrow -3x \leq 1$	$\Rightarrow x \geq -5$
	$x \geq -\frac{1}{3}$	
$x \leq -3$	$-\frac{1}{3} \leq x < 2$	$x \geq 2$

جواب: $x \in (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

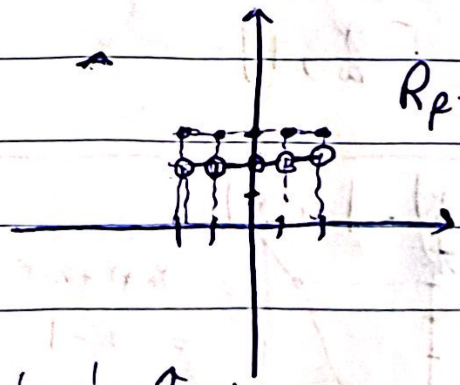
۲

---

۹) الف) $y = [x]+[-x]+3$



عرض‌ها +۳ واحد

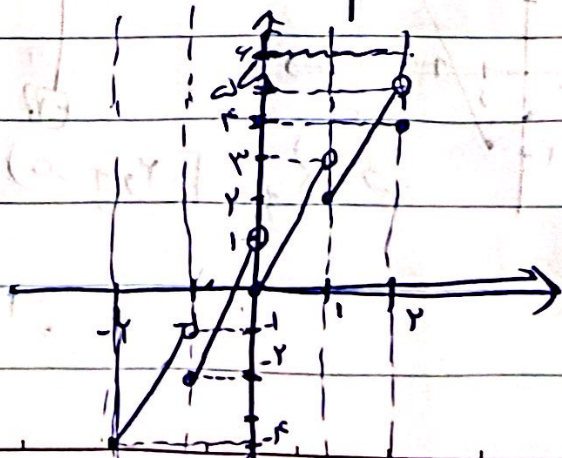


$R_f = \{2,3\}$

۲

ب) $y = 3x - [x]$

$R = [-4, 5)$



$[-2,-1)$ $[-1,0)$ $[0,1)$ $[1,2)$

$3x+2$ $3x+1$ $y=3x$ $y=3x-1$

الف) $y=\sin^2 x-\sin x+1=at^2+bt+c$ $\quad(t=\sin x)$ 10

$$\sin x\begin{cases}\xrightarrow{1} 1-1+1=1\\ \xrightarrow{-1} 1+1+1=3\\ \xrightarrow{-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}} \frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow \boxed{R_f=\left[\frac{3}{4},3\right]}$$

2

ب) $y=\sin^4 x+\sin^2 x+1=at^2+bt+c$ $\quad t=\sin^2 x$

$$\sin^2 x\begin{cases}\xrightarrow{max:1} 1+1+1=3\\ \xrightarrow{min:0} 0+0+1=1\\ \xrightarrow{-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{4}} \text{غ ق ق}\end{cases}\Rightarrow \boxed{R_f=[1,3]}$$