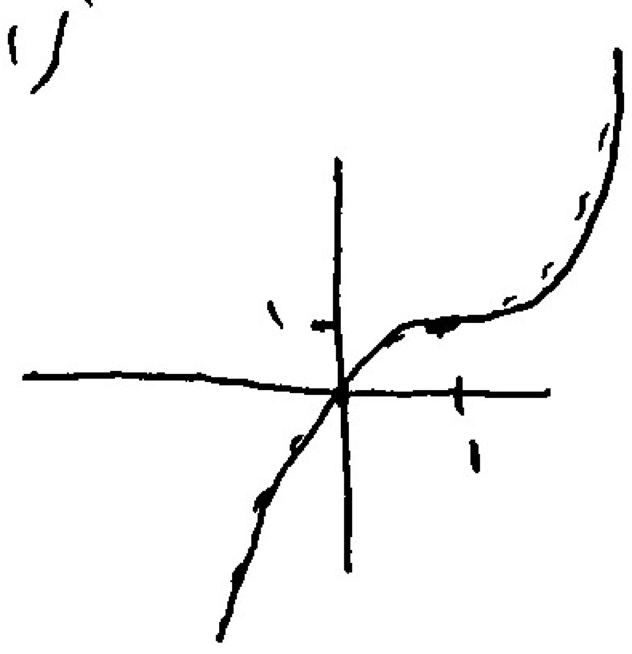
بنام خدا

امیرمحمدی اسماعیل فرد دوازدهم ریاضی

(۱

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2$$

$x = 1$
نقطه بحرانی



x		1	
y'	+	0	+
y	↗	1	↗

(۲

الف) $y' = \dfrac{(-3x^2)x^2 - (2x)(2-x^3)}{x^4} = \dfrac{-x^4 - 8x}{x^4}$ $\quad y' = 0 \longrightarrow x = -2$

نقطه بحرانی و اکسترمم نیست

نقطه $\cancel{x=0}$ بحرانی نمی باشد زیرا در دامنه قرار ندارد

ب) $y' = \dfrac{3x^2(x^2-1) - (2x)x^3}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2} \xrightarrow{y'=0} x = \begin{cases} 0 \text{ بحرانی} \checkmark \\ \sqrt{3} \text{ بحرانی} \checkmark \\ -\sqrt{3} \text{ بحرانی} \checkmark \end{cases}$

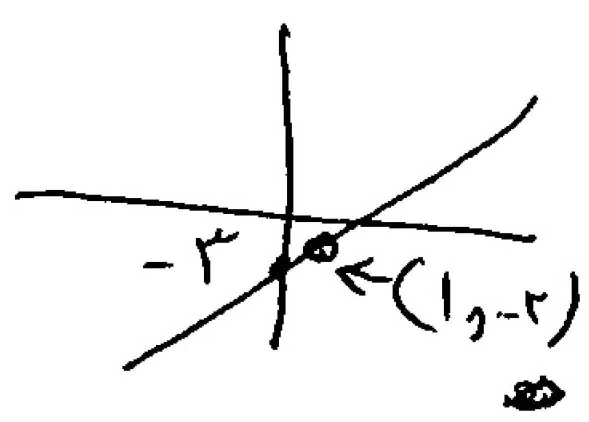
(۳

الف) $y' = \dfrac{-x^2 + 2x - 5}{(x-1)^2} \xrightarrow{\Delta < 0}$ ریشه ندارد

اکسترمم ندارد

x		1	
y'	−	‖	−
y	↘	‖	↘

ب) $y' = \dfrac{(x-1)^2}{(x-1)^2} = 1$

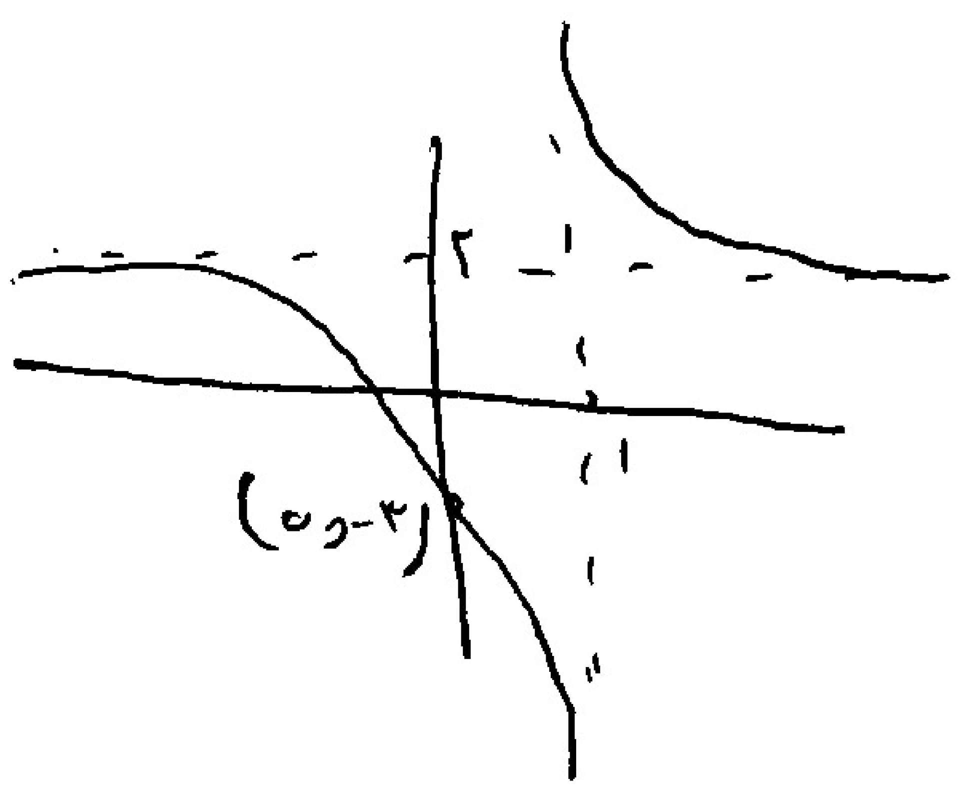


اکسترمم ندارد

(۴

مجانب قائم: $x = 1$

مجانب افقی: $y = 2$



از هر ۴ ناحیه می گذرد

(۵

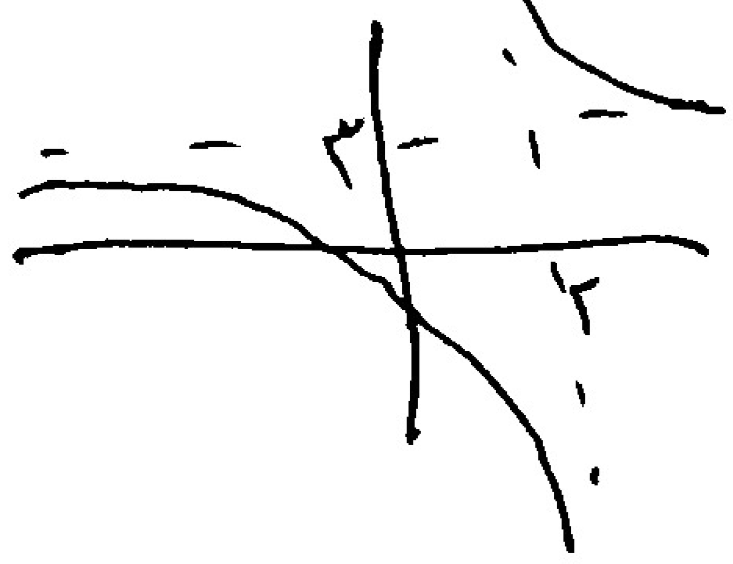
$y = a$ مجانب $\Rightarrow (2,3) = (b,a) \longrightarrow \begin{cases} 2 = b \\ 3 = a \end{cases}$

$x = b$ مجانب

$$y = \frac{3x+4}{x-2} \longrightarrow \boxed{y^{-1} = \frac{2x+4}{x-3}}$$

$$yx - 2y = 3x + 4 \longrightarrow x(y-3) = 4 + 2y$$

$$\longrightarrow x = \frac{4+2y}{y-3} \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{4+2x}{x-3}$$



۶ـ $\omega(۲,۳)$ جانب‌ها $\begin{cases} y=۳ \\ x=۲ \end{cases}$

$$\begin{cases} \xrightarrow{m=1} y=x+b \xrightarrow{(۲,۳)\in y} y=x+1 \\ \xrightarrow{m'=-1} y=-x+b' \xrightarrow{(۲,۳)\in y} y=-x+۵ \end{cases}$$

۷ـ ۶ نقطه بحرانی و ۵ اکسترمم نسبی دارد

۸ـ باید تابع درجه دوم داخل قدرمطلق ۲ ریشه داشته باشد

$$\xrightarrow{\Delta>0} a^۲-۴(۲)>0 \longrightarrow \begin{cases} a>\sqrt{۸} \\ a<-\sqrt{۸} \end{cases}$$

۹ـ

$$y'=\frac{x^۲-۲}{(x^۲+x+۲)^۲}$$

x		$-\sqrt{۲}$		$+\sqrt{۲}$	
y'	+	0	−	0	+
y	↗		↘		↗

$$f(\sqrt{۲})=\frac{۴}{۴+\sqrt{۲}}$$

$$f(-\sqrt{۲})=\frac{۴}{۴-\sqrt{۲}}$$

$$f(\sqrt{۲})\cdot f(-\sqrt{۲})=\frac{۴}{۴+\sqrt{۲}}\times\frac{۴}{۴-\sqrt{۲}}=\frac{۱۶}{۱۴}=\boxed{\frac{۸}{۷}}$$

۱۰ـ

معادله کلی $=(x-1)(x+۲)=x^۲+x-۲$

$$y=(x^۲+x-۲)^۲ \longrightarrow y'=۲\underbrace{(x^۲+x-۲)}_{(x+۲)(x-1)}(۲x+1)$$

x		-۲		$-\frac{1}{۲}$		$+1$	
y'	−	0	+	0	−	0	+
y	↘		↗		↘		↗

$x=-\frac{1}{۲}$ max نسبی

$$y=(x^۲+x-۲)^۳ \longrightarrow y'=۳(x^۲+x-۲)^۲(۲x+1)$$

x		-۲		$-\frac{1}{۲}$		1	
y'	−	0	−	0	+	0	+
y	↘		↘		↗		↗

$x=-\frac{1}{۲}$ min نسبی

$-\frac{1}{۲}-\left(-\frac{1}{۲}\right)=0$ اختلاف ندارند