۱- مبین شهبازی ۱۶

$y = x^3 - 3x^2 + 3x$

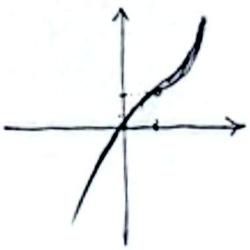
$y' = 3x^2 - 6x + 3$

$y' = 0 \qquad 3x^2 - 6x + 3 = 0 \qquad 3(x^2 - 2x + 1) = 0 \qquad 3(x-1)^2 = 0$

	1	
+		+

نقاط بحرانی ندارد

۲



۲-

$y = \frac{-x^3+4}{x^2} \qquad y' = \frac{-3x^2(x^2) - 2x(-x^3+4)}{x^4} = \frac{-3x^4 + 2x^4 - 8x}{x^4} = \frac{-x^4 - 8x}{x^4}$

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$-x^4 - 8x = 0 \qquad -x(x^3+8) = 0 \to x = 0$ غ ق ق

$\cancel{x = \sqrt[3]{-8} = -2}$ ق ق $\quad x = -2$

۱ نقطه بحرانی

۲

$y = \frac{x^3}{x^2-1} \qquad y' = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x(x^3)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 3x^2 - 2x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$x^4 - 3x^2 = 0 \qquad x^2(x^2-3) = 0 \to 0$ ق ق

$\pm\sqrt{3}$ ق ق

۳ نقطه بحرانی

$x^2 - 1 = 0 \qquad x = \pm 1$ غ ق ق

۳-

الف) $y = \frac{-x^2+4x+1}{x-1} \qquad y' = \frac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2x^2+6x-4+x^2-4x-1}{(x-1)^2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$\frac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$

نقطه بحرانی ندارد

$\Delta < 0$ ریشه ندارد

$-x^2+2x-5 = 0 \qquad 4 - 4(-1)(-5) < 0 \qquad \boxed{x = 1 \text{ غ ق ق}}$

۲

ب) $\frac{x^2-4x+3}{x-1} \qquad y' = \frac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-6x+4-x^2+4x-3}{(x-1)^2}$

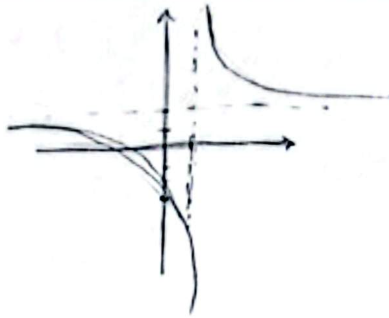
$y' = \frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2} \to \frac{\cancel{(x-1)^2}}{\cancel{(x-1)^2}} = 1$ مشتق ثابت

اکسترمم ندارد

۴-

$y = \frac{۲x+۳}{x-۱}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{۲x+۳}{x-۱} = ۲$



از ۴ ناحیه می‌گذرد

۲

۵-

$y = \frac{ax+۴}{x-b}$ $(۲,۳)$ $y = \frac{۳x+۴}{x-۲}$ $\boxed{y^{-1} = \frac{۲x+۴}{x-۳}}$

$x-b=0$ $\boxed{a=۳}$

$x=b \to x=۲ \to \boxed{b=۲}$

۲

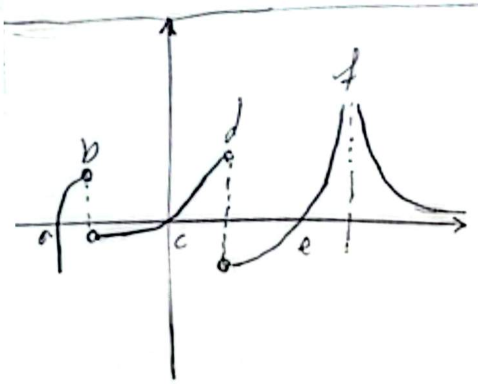
۶- ۱٫۵

$\frac{۳x+۱}{x-۲}$ $y-۳ = x-۲$ $\lim_{x\to\infty} \frac{۳x+۱}{x-۲} = ۳$ $\lim_{x\to ۲} \frac{۳x+۱}{x-۲} = +\infty$

مرکز تقارن = $\left| \begin{matrix} ۲ \\ ۳ \end{matrix} \right.$ $\boxed{\text{محور تقارن } y = x+۱}$

$m=-۱ \rightarrow (y-۳) = -۱(x-۲) \rightarrow y = -x+۵$

۷-



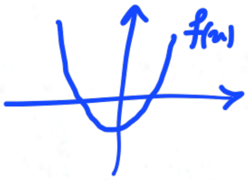
$\boxed{\text{۱- ۶ نقطه}}$

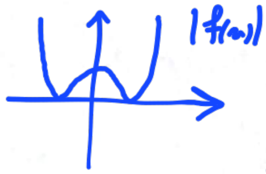
۲

-۸

۵

اگر $f(x)$ یک سهمی باشد تابع $y=|f(x)|$ زمانی دارای سه نقطه بحرانی است که نمودار f محور xها را در دو نقطه قطع کند





پس باید x^2-ax+2 برای آنکه دو ریشه داشته باشد $\leftarrow \Delta>0$

$\Delta>0 \to a^2-4(1)(2)>0 \to a^2>8 \to a>2\sqrt{2}$ یا $a<-2\sqrt{2}$

-۹

۵ز

در توابع درجه دو به درجه دو ، حاصلضرب مقادیر ماکسیمم و مینیمم $\frac{\Delta_{\text{صورت}}}{\Delta_{\text{مخرج}}}$ است.

$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2}$

$y'=\frac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}=\cancel{2x^3}+2x^2+4x-\cancel{2x^3}+4x+x^2+2=\frac{3x^2+8x+2}{(x^2+x+2)^2}$

$3x^2+8x+2=0 \quad 64-4(3)(2)=64-24=40 \quad x=\frac{-8\pm\sqrt{40}}{6}$

$\frac{-8+\sqrt{40}}{6}\times\frac{-8-\sqrt{40}}{6}=\frac{64-40}{36}=\frac{24}{36}=\frac{4}{6}=2/3$

$\Delta_{\text{صورت}}=0-4(1)(2)=-8$

$\Delta_{\text{مخرج}}=1-4(1)(2)=-7$

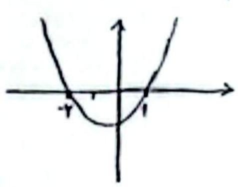
$\to \frac{\Delta_{\text{صورت}}}{\Delta_{\text{مخرج}}}=\frac{-8}{-7}=\frac{8}{7}$

-۱۰

۱

$y=x^2+ax+b$

$(x+2)(x-1)=x^2-x-2$



$a=-1$

$b=-2$

$y_1=(x^2-x-2)^2 \quad y_1'=2(x^2-x-2)(2x-1)$

$y_2=(x^2-x-2)^3 \quad y_2'=3(x^2-x-2)^2(2x-1)$

$y_1'=0 \longrightarrow y_1'=2(x^2-x-2)(2x-1)$

$x=1/2$

$x=-2,1$

$y_1(1/2)=(1/4-1/2-2)^2=\frac{81}{16}$

-2.25

$y_1(-2)=(4-(-2)-2)^2=16$ max

$y_1(1)=(1-1-2)^2=4$

y_1': $x=1$, $x=-2$, $x=1/2$

$y_2(1)=(1-1-2)^3=-8$

$y_2(-2)=(4+2-2)^3=64$

x	-2		$1/2$		1	
y'	−	+		−		+
y	64		max		−8	

$$\boxed{\begin{aligned}&|64-8-\tfrac{81}{16}|=\tfrac{815}{16}\\ &|56-\tfrac{81}{16}|\end{aligned}}$$

x	-2		$1/2$		1	
y'	−	+		−		+
y	16		$81/16$		4	

سوال ۱۰

$f(x) = x^2 + x - 2$

$$y = (x^2+x-2)^2 \longrightarrow y' = 2(x^2+x-2)(2x+1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{cases}$$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$$y = (x^2+x-2)^3 \longrightarrow y' = 3(x^2+x-2)^2(2x+1) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ \boxed{x = -\frac{1}{2}} \end{cases}$$

x		-2^*		$-\frac{1}{2}$		1^*	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$\searrow$		$\searrow$	min	$\nearrow$		$\nearrow$

$-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \leftarrow$ اختلاف آنها