نام و نام خانوادگی ...آترین جلیلی... **۲۰** پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۸... کلاس ...دوازدهم تجربی ۸...

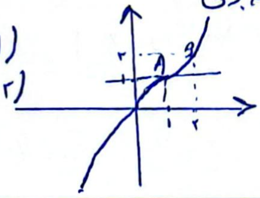
$y = x^3 - 3x^2 + 3x \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$

الف) $f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow 3(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$ ریشه مضاعف — نقطه بحرانی

ب)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

$A(1,1)$
$B(2,2)$



۴ ✓

الف) $y = \dfrac{-x^3+4}{x^2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{-3x^2 \times x^2 - (2x)(-x^3+4)}{(x^2)^2} = 0$

$\rightarrow \dfrac{-x^4 - 8x}{x^4} = \dfrac{-x(x^3+8)}{x^4} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \ \times \ \text{(جزو دامنه نیست)} \\ x = -2 \ \checkmark \end{cases} \rightarrow$ یک نقطه بحرانی دارد

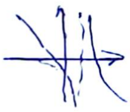
ب) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$ ، $f'(x) = 0 \rightarrow \dfrac{3x^2(x^2-1) - (2x)(x^3)}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} \rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \ \checkmark \\ x = \sqrt{3} \ \checkmark \\ x = 0 \ \checkmark \\ x = 1 \ \times \\ x = -1 \ \times \end{cases}$ ۳ نقطه بحرانی دارد

۴ ✓ ✓

الف) $y = \dfrac{-x^2+4x+1}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \dfrac{(-2x+4)(x-1) - (-x^2+4x+1)}{(x-1)^2} = \dfrac{-x^2+2x-5}{(x-1)^2}$ ، $\Delta < 0$

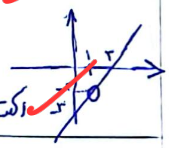
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	$-\infty$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$



$\Rightarrow$ نقطه اکسترمم ندارد

ب) $y = \dfrac{x^2-4x+3}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow y' = \dfrac{(2x-4)(x-1) - (x^2-4x+3)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x+1}{x^2-2x+1} = 1 \neq 0$ اکسترمم ندارد



$y = x - 3$ ، $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

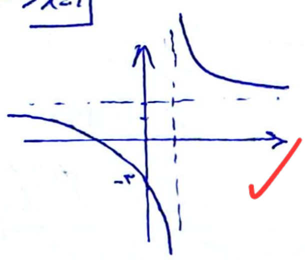
۴ ✓ ✓

$y = \dfrac{2x+3}{x-1}$

الف) $\begin{cases} \text{مجانب افقی: } y = \dfrac{a}{c} = 2 \\ \text{مجانب قائم: } x = -\dfrac{d}{c} = 1 \ \text{یا}\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

ب) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ $\quad A \mid -3$

$R_f = \mathbb{R} - \{2\}$ $\quad ad - bc < 0 \rightarrow$ شاخه‌ها نزولی



این تابع هموگرافیک از همه نواحی می‌گذرد

۴ ✓

الف) $W\left(\dfrac{-d}{c}, \dfrac{a}{c}\right) = W(2,3) \Rightarrow \dfrac{-d}{c} = 2 \rightarrow \dfrac{-(-b)}{1} = 2 \rightarrow b = 2$ (مرکز تقارن)

$\dfrac{a}{c} = 3 \rightarrow \dfrac{a}{1} = 3 \rightarrow a = 3$

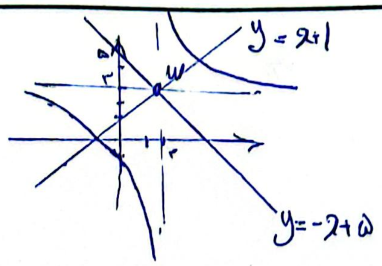
$y = \dfrac{ax+4}{x-b}$

ب) $y = \dfrac{3x+4}{x-2} \Rightarrow yx - 2y = 3x + 4 \Rightarrow yx - 3x = 2y + 4 \Rightarrow x = \dfrac{2y+4}{y-3} \xrightarrow{\text{معکوس}} y = \dfrac{2x+4}{x-3}$

$(x \neq 3)$

۴ ✓

$y=\frac{3x+1}{x-2}$; مجانب افقی: $y=\frac{a}{c}=3$; مجانب قائم: $x-2=0 \to x=2$; A) $-\frac{1}{2}$



$W(2,3)$

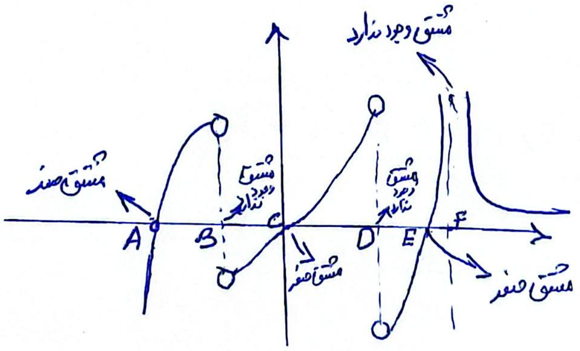
$y-y_w=\pm 1(x-x_w) \to y-3=\pm 1(x-2)$

محورهای تقارن:

$\to y=x+1$

$\to y=-x+5$

۲



$D_f=\mathbb{R}$ در نقاط بحرانی شیب تابع برابر ۰ یا [illegible] است

⇐ نقاطی که در آن‌ها f' یا مشتق صفر است: A, C, E

⇐ نقاطی که مشتق تعریف نشده است: B, D, F

⇐ ۶ نقطه بحرانی وجود دارد.

۲

$y=|x^2-ax+2|$, $D_f=\mathbb{R} \to y'=\frac{(2x-a)(x^2-ax+2)}{|x^2-ax+2|}=0 \to 2x-a=0 \to x=\frac{a}{2}$

$x^2-ax+2=0 \to x=\frac{a\pm\sqrt{a^2-8}}{2}$

$\to a^2-8>0 \to \begin{cases} a>\sqrt{8} \\ a<-\sqrt{8} \end{cases}$

روش دوم: $x^2-ax+2 \xrightarrow[\text{دو ریشه دارد}]{\Delta>0} a^2-8>0 \to \begin{cases} a>\sqrt{8} \\ a<-\sqrt{8} \end{cases}$

روش سوم: $y_{min}<0 \xrightarrow{x_{min}=\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2}\right)^2-a\left(\frac{a}{2}\right)+2<0 \longrightarrow \begin{cases} a>\sqrt{8} \\ a<-\sqrt{8} \end{cases}$

۲

$y=\frac{x^2+2}{x^2+x+2} \to y'=\frac{2x(x^2+x+2)-(2x+1)(x^2+2)}{(x^2+x+2)^2}=\frac{x^2-2}{(x^2+x+2)^2}=0$; $\Delta<0$

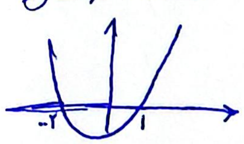
$\to x=\pm\sqrt{2}$

x		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	
y'	+	0	−	0	+
y	↗	max $\frac{4}{4-\sqrt{2}}$	↘	min $\frac{4}{4+\sqrt{2}}$	↗

$\Rightarrow min \times max = \frac{4}{4-\sqrt{2}} \times \frac{4}{4+\sqrt{2}} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$

۲

$y=x^2+ax+b$



$y=(x+2)(x-1)$

$y=x^2+x-2$

$\to a=1 , b=-2$

$y=(x^2+x-2)^2$

$y'=2(x^2+x-2)(2x+1)=0$

$\to x^2+x-2=0 \to x=1 , x=-2$

$2x+1=0 \to x=-\frac{1}{2}$

x		-2		$-\frac{1}{2}$		1	
y'	−	0	+	0	−	0	+
y	↘	min	↗	max نسبی $\frac{81}{16}$	↘	min	↗

$y=(x^2+x-2)^3$

$y'=3(x^2+x-2)^2(2x+1)=0$

$\to x^*=1 , x^*=-2$

$x=-\frac{1}{2}$

x		-2^*		$-\frac{1}{2}$		1^*	
y'	−	0	−	0	+	0	+
y	↘		↘	min نسبی $-\frac{729}{64}$	↗		↗

تفاضل $max-min$

$=(-\frac{1}{2})-(-\frac{1}{2})=0$

۲