بسمه تعالی

پاسخنامه امتحان حسابان دوازدهم سری B

۱-

$f(0)=0 \longrightarrow 1+b=0 \longrightarrow \boxed{b=-1}$

$f'(0)=0 \xrightarrow{x=0} 3\cos^2(2x)\times -2\sin 2x + 2ax = f'(x)$

$\longrightarrow \cancel{3\times -2\times 0} + 0 = 0 \qquad f''(0)=2$

$\longrightarrow -6\times 2 + 2a = 2 \longrightarrow \boxed{a=7}$

$a+b=7-1=\boxed{6}$ جواب

۲-

$y'=2x$

$\xrightarrow{x=\alpha} \underbrace{2\alpha}_{m}\times\underbrace{-2\alpha}_{m'}=-1 \longrightarrow \alpha=\frac{1}{2} \longrightarrow y=-\frac{3}{4}$

$\longrightarrow \beta=-\frac{1}{2} \longrightarrow y=-\frac{3}{4} \Big\} \xrightarrow{+} \boxed{\frac{-3}{2}}$

۳-

معادله خط عبوری از ۲ نقطه مذکور : $m=\frac{18}{3}=6$

$y=6x-9 \qquad f(a)=\frac{a-3}{9}=\boxed{-\frac{1}{3}}$ جواب $\qquad \boxed{a=-3}$

معادله تلاقی خط و f : $6x-9=\frac{a}{2x-1} \longrightarrow 0=12x^2-24x+9-a=0 \xrightarrow{\Delta=0} 24^2-4(12)(9-a)=0$

۴-

معادله تلاقی : $\frac{x+a}{ax+1}=2x+b \longrightarrow 2ax^2+(ab+1)x+b-a=0$

$1=x_S=\frac{-ab-1}{4a} \longrightarrow \mathrm{I}: 4a=-ab-1$

$\xrightarrow{\Delta=0} \underbrace{a^2b^2+1}_{(4a+1)^2}+\underbrace{2ab}_{-2-8a}\underbrace{-4(2a)(b-a)}_{\underbrace{-8ab+8a^2}_{8+32a}}=0 \longrightarrow (4a+1)^2+-1-8a+8+32a+8a^2=0$

$\longrightarrow 3a^2+4a+1=0 \longrightarrow a=-1 \longrightarrow b=-3$ ✗

$\longrightarrow a=-\frac{1}{3} \longrightarrow b=-1$ ✓

$a-b=-\frac{1}{3}+1=\boxed{\frac{2}{3}}$ جواب

حالت اول مخرج را صفر می‌کند
لذا غیرقابل قبول است

۵-

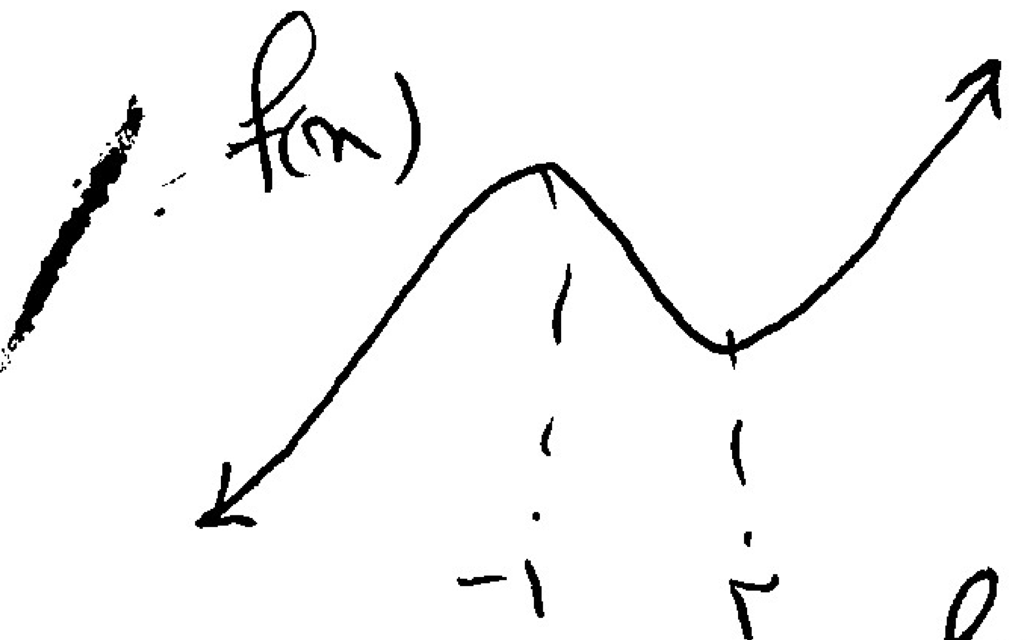
نقطه تلاقی؟

$\longrightarrow \frac{3}{2}\sin x=\sin x+\frac{1}{2}\cos x \longrightarrow \sin x=\cos x \xrightarrow{x\in[0,\pi]} x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4} \qquad f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \xrightarrow[m]{f'(\frac{\pi}{4})=?} m=f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\xrightarrow{y=mx+b} y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{\pi\sqrt{2}}{16} \xrightarrow{y=0} \boxed{x=\frac{\pi}{4}-3}$

-۶



$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0$

$x = 2, -1 \to f(-1) = 8 \quad f(2) = -19 \qquad m_{AB} = \frac{8+19}{-3} = -9$

$f'(x) = -9 \longrightarrow 6x^2 - 6x - 12 = -9 \to 3x^2 - 3x - 1 = 0 , \ \Delta > 0 \to$ معادله ۲ جواب دارد یعنی ۲ نقطه بر تابع f وجود دارد که شیب خط مماس آن برابر ۹- می‌باشد

$\boxed{\text{نقطه ۲ = جواب}}$

-۷

$x = \frac{-b}{3a} = \frac{-k-1}{3k} \qquad f\left(\frac{-k-1}{3k}\right) = k\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^3 + (k+1)\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^2$

$x < 0 : \frac{-k-1}{3k} < 0 \to k \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty) \xrightarrow{\text{صورت سوال k را منفی نوشته}} k \in (-\infty, -1)$

$y > 0 : \underbrace{\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^2}_{+}\left(\frac{-k-1}{3k} + k + 1\right) > 0 \to \frac{-k-1}{3} + k + 1 > 0 \to k \in (-1, +\infty)$ $\xrightarrow{\cap} k \in \emptyset$

هیچ مقدار

-۸

$f(x) = x^3 + ax^2 + (a+1)x - b \xrightarrow{\text{معادله برخورد}} mx - 4 + m = x^3 + ax^2 + (a+1)x - 1$

$(-1, -4) \in f \longrightarrow -1 + a - b - 1 = -4 \to a - b = -2$

$(-1, -4)$ در خط مماس صدق می‌کند $\quad y = mx + m - 4$ معادله خط مماس

-۹

$f(0) = 4 \to c = 4$

$f'(0) = 0 \longrightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \to b = 0$

طول نقطه مینیمم $\to x = \frac{-2a}{3} = \boxed{2}$

ریشه مضاعف دارد

$f(x) = x^3 + ax^2 + 4 = 0$

$3x^2 + 2ax = 0 \to x = 0 , \ x = \frac{-2a}{3}$

$f\left(\frac{-2a}{3}\right) = 0 \longrightarrow \frac{-8a^3}{27} + \frac{a \times 4a^2}{9} + 4 = 0 \to \boxed{a = -3}$

-۱۰

$f'(x) = 4x^3 - 12x$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
f'	-	0	+	0	-	0	+
f	↘		↗		↘		↗

$f''(x) = 12x^2 - 12$

x		-1		1	
f''	+	0	-	0	+

min

$x = \sqrt{3} \longrightarrow y = -4$

$x = -\sqrt{3} \longrightarrow y = -4$

$m_{AB} = 0$

عطف

$x = 1 \longrightarrow y = 0$

$x = -1 \longrightarrow y = 0$

$m_{CD} = 0$

$\boxed{\text{زاویه بین ۰ درجه}}$