مبین شهبازی ۱-

$f(x) = \cos^{۲}(۲x) + ax^{۲} + b$

$\lim\limits_{x\to ۰} \frac{f(x)}{x} = \frac{\cos^{۳}x + ax^{۲} + b}{x} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \frac{(۲x)^{۳} + ax^{۲} + b}{x} = ۰ \xrightarrow[\text{میشود}]{\text{متناهی}} b = ۰$

$\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{f'(x)}{x} = ۲ \longrightarrow \frac{۶\cos^{۲}(۲x) \times -\sin ۲x + ۲ax}{x} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \frac{۶(۲x)^{۲} \times -(۲x) + ۲ax}{x} = \frac{-۶(۲x)^{۳} + ۲ax}{x}$

$f'(x) = ۳\cos^{۲}(۲x) \times -\sin ۲x \times ۲ = ۶\cos^{۲}(۲x) \times -\sin ۲x + ۲ax$

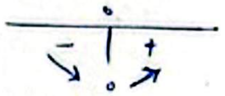
$a + b = ۱ + (۰) = ①$

$\frac{-۶ \times ۸x^{۳} + ۲ax}{x} = \frac{\cancel{x}(-۴۸\overset{۰}{x^{۲}} + ۲a)}{\cancel{x}} = ۲$ $\quad ۲a = ۲ \quad \boxed{a = ۱}$

۲-

$f(x) = x^{۲} - ۱$

$f'(x) = ۲x$



$m_۱ = -\frac{۱}{m_۲}$

$\frac{y_۱ - y_۰}{x_۱ - ۰} = -\frac{۱}{\frac{y_۲ - y_۰}{x_۲ - ۰}}$

$x \longrightarrow \{\frac{۱}{۲}, -\frac{۱}{۲}\}$

~~$\frac{۰ - f(-۱)}{[illegible] - ۰} = -\frac{۱}{\frac{۰-(-۱)}{-۱-۰}}$~~

$x_۱ = -x_۲$

$۲x_۱ = -\frac{۱}{۲x_۲}$

$۴x_۱x_۲ = -۱$

$-۴x_۱^{۲} = -۱$

$\boxed{\begin{matrix} x_۱ = \frac{۱}{۲} \\ x_۲ = -\frac{۱}{۲} \end{matrix}}$

$f(\frac{۱}{۲}) = (\frac{۱}{۲})^{۲} - ۱ = -\frac{۳}{۴}$

$f(-\frac{۱}{۲}) = (-\frac{۱}{۲})^{۲} - ۱ = -\frac{۳}{۴}$

$\boxed{f(\frac{۱}{۲}) + f(-\frac{۱}{۲}) = -\frac{۳}{۲}}$

۳-

$m_{d} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \longrightarrow \frac{(۶ - (-۱۲))}{۲٫۵ - (-۰٫۵)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶$

$d = ۶x - ۹$

$f(x) = \frac{a}{۲x - ۱}$

$\frac{a}{۲x - ۱} = ۶x - ۹ \quad a = ۳(۲x - ۳)(۲x - ۱) \Rightarrow ۳(۴x^{۲} - ۲x - ۶x + ۳) = a$

$۱۲x^{۲} - ۲۴x + ۹ - a = ۰$

$\Delta = ۰$

$\longrightarrow (۲۴)^{۲} - ۴(۱۲)(۹ - a) = ۰$

$۴((۱۴۴) - (۱۲)(۹ - a)$

$۹ - a = ۱۲$

$\boxed{a = -۳}$

$\boxed{f(x) = \frac{-۳}{۲x - ۱}}$

$\boxed{f(۵) = \frac{-۳}{۱۰ - ۱} = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}}$

CamScanner

$\frac{x+a}{ax+1}$

۵-

$\sin x + \frac{۱}{۲}\cos x = \frac{۳}{۲} - \sin x$

$\frac{۱}{۲}\cos x = \frac{۱}{۲}\sin x \quad \cos x = \sin x \quad x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \quad ,[۰,\pi] \longrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{۴}}$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \quad f(\frac{\pi}{۴}) = y \qquad y = mx + b \longrightarrow \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}\underset{\frac{\pi}{۴}}{\overset{}{\underset{\downarrow}{x}}} + b \qquad b = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} - \frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶}$

$f'(x) = \sin x - \frac{۱}{۴}\cos x$

$f'(\frac{\pi}{۴}) = m_d \longrightarrow \boxed{\frac{\sqrt{۲}}{۴} = m}$

$۰ = \frac{\sqrt{۲}}{۴}x + \left(\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} - \frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶}\right) \longrightarrow \frac{۴\sqrt{۲}x + ۱۲\sqrt{۲} - \sqrt{۲}\pi}{۱۹} = ۰$

$\sqrt{۲}\left(\frac{۴x + ۱۲ - \pi}{۱۹}\right) = ۰$

$۴x + ۱۲ - \pi = ۰$

$\boxed{x = \frac{\pi - ۱۲}{۴}}$

۶-

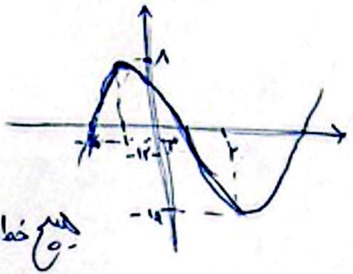
$f(x) = ۲x^۳ - ۳x^۲ - ۱۲x + ۱$

$f'(x) = ۶x^۲ - ۶x - ۱۲ \quad ۶(x^۲ - x - ۲) \longrightarrow ۶(x-۲)(x+۱) = ۰$

x		-۱		۲	
y'	+	۰	−	۰	+
y	↗	۸	↘	-۱۹	↗

$m_۱ = \frac{\Delta y}{\Delta x} \longrightarrow \frac{۸-(-۱۹)}{-۱-(۲)} = \frac{۲۷}{-۳} = -۹$

$d = -۹x - ۱$



$y_{عطف} = \frac{y_{max} + y_{min}}{۲} = \frac{\overset{-۱۱}{۸ + (-۱۹)}}{۲} = \textcircled{-\frac{۱۱}{۲}}$

$x_{عطف} = \frac{-b}{۲a} \longrightarrow \frac{-(-۳)}{۶} = \frac{۱}{۲}$

هیچ خط مماس دیگری
با شیب $\underline{-۹}$ در منحنی
وجود ندارد چون خط از عطف
منحنی عبور کرده است

۷-

$y = kx^۳ + (k+1)x^۲$ ناحیه دوم → $x<۰$

$y' = ۳kx^۲ + ۲(k+1)x$

$y'' = ۶kx + ۲(k+1)$

نقطه عطف : $y''=۰$ $\quad ۶kx + ۲(k+1) = ۰ \quad ۶kx = -۲(k+1) \quad x = \frac{-۲(k+1)}{۳۶k} \to \frac{-(k+1)}{۳k} < ۰$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & -1 & & ۰ & \\ \hline y'' & - & | & + & | & - \end{array} \qquad \left\{k \in \mathbb{Z},\ k<۰ \;\middle|\; k \in (-\infty, -1]\right\}$$

۸-

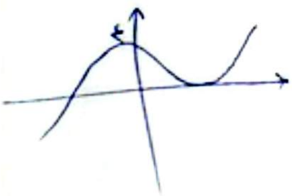
$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + 1 \qquad -1 + a - b + 1 = -٤$

$(-1, -٤) \qquad a - b = -۳$

b

۹

$f(x) = x^۳ + ax^۲ + bx + c \qquad f(۰) = ٤ \longrightarrow c = ٤ \qquad f(x) = x^۳ + ax^۲ + ٤ \longrightarrow f(x) = x^۳ - ۳x^۲ + ٤$



$f'(۰) = ۰ \quad ۳x^۲ + ۲ax + b = ۰ \longrightarrow b = ۰ \quad f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰$

$۳x(x-۲) = ۰ \; \boxed{x \to ۲}$

$f''(x) = ۶x + ۲a = ۰ \longrightarrow x = -\frac{a}{۳}$

$f(-\frac{a}{۳}) = \frac{-a^۳}{۲۷} + \frac{a^۳}{۹} + ٤ = ۲ \qquad \frac{۲a^۳}{۲۷} = -۲ \qquad \frac{a^۳}{۲۷} = -1 \; \boxed{a = -۳}$

$\frac{y_{max} + y_{min}}{۲} = y$ عطف $\frac{٤ + ۰}{۲} = ۲$

۱۰-

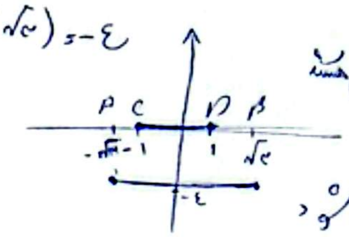
$f(x) = x^٤ - ۶x^۲ + ۵ \qquad f(۰) = ۵$

$f(\sqrt{۳}) = -٤ \quad f(-\sqrt{۳}) = -٤$

$f'(x) = ٤x^۳ - ۱۲x \quad ٤x(x^۲ - ۳) = ۰ \begin{cases} \to x = ۰ \\ \to x = \pm\sqrt{۳} \end{cases}$

$f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲ \quad ۱۲(x^۲ - 1) = ۰ \quad x = \pm 1 \quad f(1) = ۰$

$f(-1) = ۰$



۲ خط موازی هم هستند
زاویه‌ای بین
آن‌ها تشکیل نمی‌شود