نام و نام خانوادگی کوروش شیرازی‌فر ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷ ... کلاس دوازدهم A

۱

$f(x)=\cos^{۳}(۲x)+ax^{۲}+b$

$\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{f(x)}{x}=۰ \to \lim_{x\to ۰^{+}}\frac{\cos^{۳}(۲x)+ax^{۲}+b}{x}=۰ \to \lim_{x\to ۰^{+}}\frac{۱+b}{x}=۰ \to \boxed{b=-۱}$

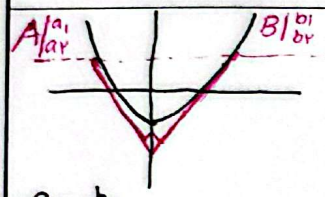
$\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{f'(x)}{x}=۲ \to \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-۶\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)+۲ax}{x}=۲ \xrightarrow{\text{sin}} \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{-۶\times ۲x+۲ax}{x}=۲$

$\to \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{(۲a-۱۲)x}{x}=۲ \to ۲a-۱۲=۲ \to \boxed{a=۷}$

$a+b=۶$

۰

۲



$y=k : d$

$\begin{cases} m_1=f'(a_1)=۲a_1 \\ m_1\times m_2=-۱ \\ m_2=f'(b_1)=۲b_1 \end{cases} \xrightarrow{۲a_1\cdot ۲b_1=-۱} a_1\times b_1=-\frac{۱}{۴}$

$a_1=-b_1 \to a_1(-a_1)=-\frac{۱}{۴} \to a_1^{۲}=\frac{۱}{۴} \xrightarrow{a_1<۰} a_1=-\frac{۱}{۲} \to b_1=\frac{۱}{۲}$

$f(a_1)=f(-\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۴}-۱=-\frac{۳}{۴}$

$f(b_1)=f(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۴}-۱=-\frac{۳}{۴}$

$-\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}=-\frac{۳}{۲}$

۲

۳

$m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۶-(-۱۲)}{۲a-(-۰/a)}=\frac{۶+۱۲}{۲a+۰/a}=۶ \xrightarrow{y-y_۰=m(x-x_۰)} y-۶=۶(x-۲a) \Rightarrow y=۶x-۹$

$\frac{a}{۲x-۱}=۶x-۹ \to ۱۲x^{۲}-۲۶x+۹-a=۰ \xrightarrow[\text{ریشه مضاعف}]{\Delta=۰} (۲۶)^{۲}-۴(۱۲)(۹-a)=۰ \to ۴۸a=-۱۴۴$

$\to a=-۳ \to f(x)=\frac{-۳}{۲x-۱} \to f(۰)=\frac{-۳}{۰-۱}=-\frac{۱}{۳}$

۳

۴

تابع مشتق $f'(۱)=g'(۱) \to \frac{۱-a^{۲}}{(a+۱)^{۲}}=۲ \to \frac{(۱-a)(۱+a)}{(۱+a)^{۲}}=۲ \to ۲a+۲=۱-a \to \boxed{a=-\frac{۱}{۳}}$

تابع معمار $f(۱)=g(۱) \to \frac{۱-\frac{۱}{۳}}{-\frac{۱}{۳}+۱}=۲+b \to \boxed{b=-۱}$

$a-b=\frac{۲}{۳}$

۰

۵

$\sin x+\frac{۱}{۲}\cos x=\frac{۳}{۲}\sin x \to \sin x=\cos x \to x=\frac{\pi}{۴} \Rightarrow A(\frac{۱۲}{۴},\frac{۳\sqrt{۲}}{۴})$

$f'(x)=\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x \to f'(\frac{۱۲}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۴} \to$ خط مماس $: y-\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}(x-\frac{۱۲}{۴})$

$y=۰ \to x=\frac{۱۲}{۴}-۳$

۲

۶

$f(x)=2x^3-3x^2-12x+1 \to f'(x)=6x^2-6x-12=0 \to x^2-x-2=0 \to \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}$

$\to \begin{cases} x=-1 \to f(-1)=-2-3+12+1=8 \to A(-1,8) \\ x=2 \to f(2)=16-12-24+1=-19 \to B(2,-19) \end{cases}$ (۲)

نقاط مورد نظر همان نقاطی اند که مشتق تابع در آن نقاط برابر شیب خط AB باشد

$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-27}{3}=-9$

$f'(x)=6x^2-6x-12 \to 6x^2-6x-12=-9 \to 6x^2-6x-3=0$ (۵) ✓ ۲ جواب

۷

$y'=3kx^2+2(k+1)x \to y''=6kx+2(k+1)=0 \to 6kx+2k+2=0 \to x=\frac{-k-1}{3k}<0$

تعیین علامت $\to \begin{cases} k>0 \\ \text{یا} \\ k<-1 \end{cases}$ (I)

باید طول منفی باشد

$k\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^3+(k+1)\left(\frac{-k-1}{3k}\right)^2>0$ (۲)

باید عرض (+) باشد

$\to \frac{-(k+1)^3+3(k+1)^3}{27k^2}>0 \to \frac{2(k+1)^3}{27k^2}>0 \to k+1>0 \to k>-1$ (II)

I ∧ II با $k>0$ ← هیچ مقدار صحیح منفی

۸

$y=x^3+ax^2+bx-1$

نقطه $(-1,-6)$ نقطه عطف است (۲)

$\frac{-a}{3}=-1 \to a=3$

$f(-1)=-6 \to (-1)+a-b-1=-6 \to a-b=-4 \xrightarrow{a=3} b=7 \to \frac{a}{b}=\frac{3}{7}=0.42$ ✓

۹

$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f(0)=6 \to 0+0+0+c=6 \to c=6 \end{cases}$

$f'(x)=3x^2+2ax+b \xrightarrow{f'(0)=0} 0+0+b=0 \to b=0$

$\Rightarrow f(x)=x^3+ax^2+6$

مشتق تابع در دو نقطه برابر صفر است.

$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2+2ax=0 \to x(3x+2a)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{-2a}{3} \end{cases}$ (۲)

طول نقطه min

$f\left(\frac{-2a}{3}\right)=0 \to \left(\frac{-2a}{3}\right)^3+a\left(\frac{-2a}{3}\right)^2+6=0 \to \frac{4a^3}{27}=-6 \to a^3=-27 \to a=-3$ ✓

$\to \frac{-2a}{3}=2=x_{min}$

۱۰

$f(x)=x^4-6x^2+5 \to f'(x)=4x^3-12x \to f''(x)=12x^2-12$

$f'(x)=4x^3-12x=x(4x^2-12)=0$

x	$-\sqrt{3}$	0	$+\sqrt{3}$
y'	$-\ 0\ +$	0	$-\ 0\ +$
y	↘ min	↗	↘ min ↗

$\to A(-\sqrt{3},-4)$

$B(+\sqrt{3},-4)$ (۲)

$m_{AB}=\frac{-4+4}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}=0$

$m_{CD}=\frac{0-0}{1+1}=0$

موازی اند و اویلین آنها صفر است ✓

$f''(x)=12x^2-12=0$

x	-1	$+1$
y''	$+\ 0\ -\ 0\ +$	
y	∪ عط ∩ عط ∪	

$C(-1,0)$

$D(1,0)$