$\lim\limits_{x\to 0^-} \frac{f'(x)}{x} = ۲ \rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{-۶\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)+۲ax}{x} = ۲ \xrightarrow{\text{هم ارزی}} \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{-۶\times ۲x+۲ax}{x} = ۲$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to 0^-} \frac{(۲a-۱۲)x}{x} = ۲ \rightarrow ۲a-۱۲ = ۲ \rightarrow \boxed{a=۷}$ $a+b=۶$

نام و نام خانوادگی ......[illegible] جلیلی...... ۱۹ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۷... کلاس ...دوازدهم... A6

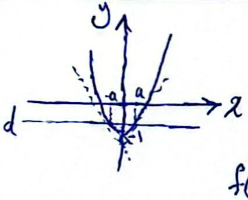
$f(x) = \cos^{۳}(۲x) + ax^{۲} + b$ $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = ۰ \xrightarrow{x\to 0^+} \cos^{۳}۲x = ۱ \Rightarrow f(x) = ۱+b$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{۱+b}{x} = ۰ \rightarrow ۱+b=۰ \rightarrow \underline{b=-۱} \checkmark \rightarrow f(x) = \cos^{۳}(۲x) + ax^{۲} - ۱$ ①

$f'(x) = -۶\cos^{۲}(۲x)\sin۲x + ۲ax \xrightarrow{x\to 0} f'(x) = -۶(۱)^{۲}(۰) + ۲a(۰) = ۰$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{f'(x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{-۶\cos^{۲}(۲x)\sin۲x + ۲ax}{x} = ۲ \rightarrow -۶\cos^{۲}(۰)\sin۰ + ۲a = ۲a \rightarrow \underline{a=۱}$

$\rightarrow a+b = \boxed{۰}$



$\underset{\text{عمودند}}{f'(a)\cdot f'(-a) = -۱} \rightarrow ۲a\times(-۲a) = -۱ \rightarrow a^{۲} = \frac{۱}{۴}$ ④

$f(x) = x^{۲}-۱ \rightarrow f'(x) = ۲x$

$f(a) = f(-a) = a^{۲}-۱ = \frac{۱}{۴}-۱ = \frac{-۳}{۴}$

$A\left|\begin{matrix}\frac{۱}{۲}\\ -\frac{۳}{۴}\end{matrix}\right.$ $-A\left|\begin{matrix}-\frac{۱}{۲}\\ -\frac{۳}{۴}\end{matrix}\right.$

مجموع عرض های این دو نقطه $= -\frac{۳}{۴} + \left(-\frac{۳}{۴}\right) = \underline{-\frac{۳}{۲}}$ ✓

$\left.\begin{matrix}A(-۰٫۵, -۱۲)\\ B(۲٫۵, ۶)\end{matrix}\right\} \Rightarrow m_{AB} = \frac{۶-(-۱۲)}{۲٫۵-(-۰٫۵)} = \frac{۱۸}{۳} = ۶ \rightarrow y-۶ = ۶(x-۲٫۵) \rightarrow \underline{y = ۶x-۹}$

$f'(x) = \frac{-۲a}{(۲x-۱)^{۲}} = ۶ \quad , \quad f(x) = \frac{a}{۲x-۱} = ۶x-۹ \Rightarrow \begin{cases} a = -۳(۲x-۱)^{۲} \\ a = (۲x-۱)(۶x-۹) \end{cases}$ $f(۵) = \frac{-۳}{۱۰-۱} = \frac{-۳}{۹} \checkmark = \boxed{\frac{-۱}{۳}}$

$\Rightarrow -۳(۲x-۱)^{۲} = (۲x-۱)(۶x-۹) \rightarrow -۶x+۳ = ۶x-۹ \rightarrow \underline{x=۱} \Rightarrow a = -۳(۲(۱)-۱)^{۲} = -۳$ ④

$y' = \frac{۱-a^{۲}}{(ax+۱)^{۲}} \rightarrow y'(۱) = \frac{۱-a^{۲}}{(a+۱)^{۲}} = ۲ \rightarrow ۲(a^{۲}+۲a+۱) = ۱-a^{۲} \rightarrow ۳a^{۲}+۴a+۱ = ۰ \rightarrow (a+۱)(۳a+۱) = ۰$

$y = ۲x+b \rightarrow \underline{y' = ۲}$

$\rightarrow \begin{cases} a = -۱ \times \\ a = -\frac{۱}{۳} \checkmark \end{cases}$ نمودار هموگرافیک نیست و ثابت است

$\rightarrow y = \frac{x-\frac{۱}{۳}}{-\frac{۱}{۳}x+۱} = \frac{۳x-۱}{-x+۳} \xrightarrow{x=۱} y = \frac{۳-۱}{-۱+۳} = ۱$

$y = ۲x+b \xrightarrow{(۱,۱)} ۱ = ۲+b \rightarrow \underline{b=-۱}$ $\Rightarrow a-b = -\frac{۱}{۳} - (-۱) = \checkmark \underline{\frac{۲}{۳}}$ ④

$\sin x + \frac{۱}{۲}\cos x = \frac{۳}{۲}\sin x \rightarrow \sin x = \cos x \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{[۰,\pi]} \underline{x = \frac{\pi}{۴}}$

$f\left(\frac{\pi}{۴}\right) = \sin\frac{\pi}{۴} + \frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۴} + \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$

$f'(x) = \cos x - \frac{۱}{۲}\sin x \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{۴}\right) = \cos\frac{\pi}{۴} - \frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۴} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۴} - \frac{\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ④

$y - \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}\left(x-\frac{\pi}{۴}\right) \rightarrow y = \frac{\sqrt{۲}}{۴}x - \frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶} + \frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \xrightarrow{y=۰} x = \frac{\frac{\sqrt{۲}\pi}{۱۶} - \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}}{\frac{\sqrt{۲}}{۴}} = \frac{\pi-۱۲}{۴} = \checkmark \boxed{\frac{\pi}{۴} - ۳}$

$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \underline{x=-1}, \underline{x=2} \rightarrow \begin{cases} A(-1, 8) \\ B(2, -19) \end{cases}$

$\rightarrow m_{AB} = \dfrac{8-(-19)}{-1-2} = \underline{-9}$

$\rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = -9 \rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \boxed{\text{۲ نقطه}}$ ✓

②

$y = kx^3 + (k+1)x^2$

$\underset{\text{نقطه عطف}}{x} = \dfrac{-b}{3a} = -\dfrac{(k+1)}{3k} < 0$ ناحیه دوم $\rightarrow$ $\underset{-}{\quad} \underset{-1}{\circ} \; + \; \underset{0}{\circ}$ ▨ $k<0$

$\rightarrow \boxed{k<-1}$ I

$y = k\left(-\dfrac{(k+1)}{3k}\right)^3 + (k+1)\left(\dfrac{-(k+1)}{3k}\right)^2 > 0$ ناحیه دوم

$\rightarrow \dfrac{(k+1)^3}{(3k)^2}\underset{+}{\left(\dfrac{1}{3}\right)} > 0$

②

$\xrightarrow{k<0}$ $- \; \underset{-1}{\circ} \; + \; \underset{0}{\circ} \; + \rightarrow \boxed{K = (-1, 0)}$ II $\Rightarrow \text{I} \cap \text{II} = \emptyset$ ✓

به ازای هیچ مقدار
صحیح ، منفی K

$y = x^3 + ax^2 + bx - 1 \rightarrow y' = 3x^2 + 2ax \rightarrow y'' = 6x + 2a = 0 \rightarrow x = \dfrac{-2a}{6} = \underline{\dfrac{-a}{3}}$ | یا $\underset{\text{نقطه عطف}}{x} = \dfrac{-b}{3a} = \underline{-\dfrac{a}{3}}$

$\rightarrow \dfrac{-a}{3} = -1 \rightarrow \underline{a=3} \rightarrow y = x^3 + 3x^2 + bx - 1 \xrightarrow{(-1,-4)} -4 = -1 + 3 - b - 1 \rightarrow \underline{b=5}$ ✓

$\rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{5} = \underline{0/6}$

②

$\underset{\text{max نسبی}}{A\begin{vmatrix}0\\4\end{vmatrix}} \rightarrow f(0) = 4 \rightarrow \underline{c=4} \rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4 \;,\; f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$\rightarrow f'(0) = 0 \rightarrow b = 0 \rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax = x(3x + 2a)$ ②

$f'(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 2a = 0 \rightarrow \underline{x = \dfrac{-2a}{3}} \; \text{min نسبی} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{طبق شکل}} f\left(\dfrac{-2a}{3}\right) = 0 \rightarrow \left(\dfrac{-2a}{3}\right)^3 + a\left(\dfrac{-2a}{3}\right)^2 + 4 = 0$

$\rightarrow -\dfrac{8a^3}{27} + \dfrac{4a^3}{9} + 4 = 0 \rightarrow a^3 = -27 \rightarrow \underline{a = -3}$ $\rightarrow \underset{\text{min نسبی}}{x} = \dfrac{-2a}{3} = \dfrac{-2(-3)}{3} = \boxed{2}$ ✓

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 12x = 0 \rightarrow 4x(x^2 - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \; ✗ \; \text{max نسبی} \\ Ⓐ \; x = \sqrt{3} \; ✓ \\ Ⓑ \; x = -\sqrt{3} \; ✓ \end{cases}$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
$f'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$f(x)$	↘	min نسبی	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗

$f''(x) = 12x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 1 \; Ⓒ \\ -1 \; Ⓓ \end{cases}$

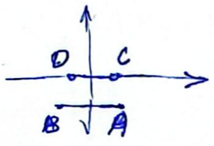
②

$f(\sqrt{3}) = -4 \rightarrow A\begin{vmatrix}\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix}$

$f(-\sqrt{3}) = -4 \rightarrow B\begin{vmatrix}-\sqrt{3}\\-4\end{vmatrix}$ $\rightarrow m_{AB} = \dfrac{-4-(-4)}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} = 0$

$f(1) = 0 \rightarrow C\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$

$f(-1) = 0 \rightarrow D\begin{vmatrix}-1\\0\end{vmatrix}$ $\rightarrow m_{CD} = 0$



$\Rightarrow$ زاویه بین پاره‌خط‌ها
برابر ۰ است ✓