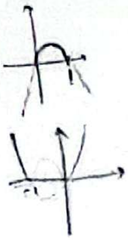
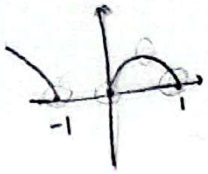
نام و نام خانوادگی: حسام رفیع زاده ۱۴٫۵ «به نام خدا» مقطع: دوازدهم پسر A

۱-

$$f(x)=\sqrt{x-x|x|}\begin{cases}\sqrt{x-x^۲} & x\geq ۰\\ \sqrt{x+x^۲} & x<۰\end{cases}$$



$\xrightarrow[\text{تقریبی}]{\text{نمودار}}$



$\rightarrow$ تعداد نقاط بحرانی: $k=۴$

$m=۱$

$n=۰$

✓ ۲

$\rightarrow k+m+n=\boxed{۵}$

۲-

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-۲x}\xrightarrow{(۱)'}f'(x)=\frac{\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}}{۲\sqrt{x}\times\sqrt{a-۲x}}\xRightarrow{D_f:\ ۰\leq x\leq a/۲}\sqrt{a-۲x}-۲\sqrt{x}=۰\rightarrow x_۰=\frac{a}{۶}$$

$-\infty$	۰	$\boxed{a/۱۲}$	$a/۶$	$\boxed{\frac{a}{۳}}$	$a/۲$	$+\infty$
		$+$ ↗		$-$ ↘		

$$f_{max}\left(\frac{a}{۶}\right)=\sqrt{\frac{a}{۶}}+\sqrt{a-\frac{a}{۳}}\xrightarrow{\times}\frac{a\sqrt{۳}+a۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۱۸}}=\sqrt{۱۲}$$

$$f_{min}(a/۲)=\sqrt{a/۲}$$

۲ ✓

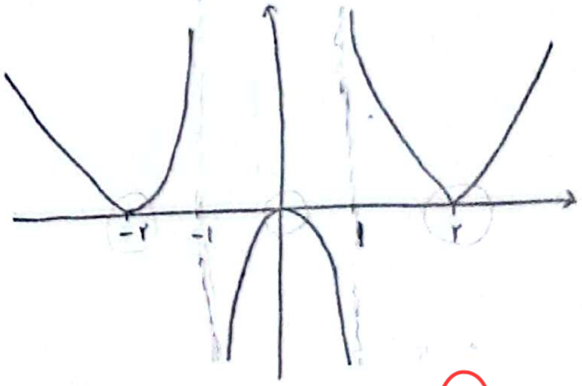
$\rightarrow a=۴\rightarrow \boxed{[a]=۴}$

۳-

$$f(x)=\frac{x^۲|x^۲-۴|}{x^۲-۱}=\frac{x^۲|x-۲||x+۲|}{(x-۱)(x+۱)}$$

$$\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{\text{مثبت}}{۰^-}=-\infty\ ,\ \lim_{x\to(-۱)^-}\frac{\text{مثبت}}{۰^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{\text{مثبت}}{۰^+}=+\infty\ ,\ \lim_{x\to ۱^-}\frac{\text{مثبت}}{۰^-}=-\infty$$



تعداد نقاط اکسترمم نسبی $\leftarrow x=\pm۲,۰$ ، $\boxed{۳ \text{ نقطه}}$

✓ ۲

۴-

$$y=ax^۳+bx^۲+cx+d\xrightarrow{(۱)'}y'=۳ax^۲+۲bx+c\begin{cases}f'(۰)=۰\rightarrow c=۰\\ f'(۱)=۰\rightarrow ۳a+۲b=۰ \ ①\end{cases}$$

$f(۰)=۰\rightarrow d=۰$

$f(۱)=۱\rightarrow a+b=۱$ ②

$$\xrightarrow{①②}\begin{cases}۳a=-۲b\\ a+b=۱\end{cases}\rightarrow ۱/۳\,b=۱\rightarrow b=۳\xrightarrow{ab}\boxed{=-۶}$$

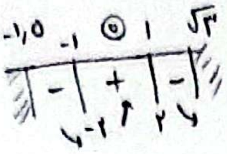
$a=-۲$

✓ ۲

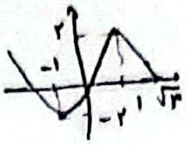
۵-

$f(x) = x\,|۳ - x^۲| \xrightarrow{[-۱,۵\,,\sqrt{۳}]} f(x) = ۳x - x^۳ \;;\; [-۱,۵\,,\sqrt{۳}]$

$\to f'(x) = -۳x^۲ + ۳ = -۳(\underset{\pm ۱}{x^۲ - ۱})$



$\xrightarrow[\text{تابع}]{\text{نمودار}}$



۲ ✓

$\xrightarrow[\text{نمودار}]{\text{از روی}}$ مینیمم مطلق $= -۲$

۶-

$f(x) = x^۲|x| + ۳ax^۲ + b = \begin{cases} x^۳ + ۳ax^۲ + b & x \geqslant ۰ \\ -x^۳ + ۳ax^۲ + b & x < ۰ \end{cases} \xrightarrow{(\ )'} f'(x) = \begin{cases} ۳x^۲ + ۶ax & x \geqslant ۰ \\ -۳x^۲ + ۶ax & x < ۰ \end{cases}$

$f'(-۱) = ۰ \to -۳ - ۶a = ۰ \to a = -۱/۲$

$\to \frac{b}{a} = ۳/۲ \times -۲ = -۳$ ✓ ۲

$f(-۱) = ۱ \to ۱ - \frac{۳}{۲} \times (-۱)^۲ + b = ۱ \to b = ۳/۲$

۷-

$y = \frac{ax + ۳}{(a+۱)x + (a-۱)}$ ، محل تلاقی $\begin{cases} x: (a+۱)x = -a+۱ \to x = \frac{-a+۱}{a+۱} \\ y: \frac{a}{a+۱} \end{cases} \to A\left(\frac{-a+۱}{a+۱}, \frac{a}{a+۱}\right)$

$f(x) = ۳/۲\, x^۲ + x + \frac{۵}{۶} \to$

$\min = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۳}$

$f(-۱/۳) = ۲/۳$

$\to S(-۱/۳, ۲/۳) = A\left(\frac{-a+۱}{a+۱}, \frac{a}{a+۱}\right)$

$\to a = ۲$

۲

$y = \frac{۲x + ۳}{۳x + ۱} \xrightarrow[\text{برخورد با محور}\ x\text{ها}]{\text{محل}} y = ۰ \to ۲x + ۳ = ۰ \to x = -۳/۲$ محل برخورد ✓

۸-

مجانب افقی : $\lim_{x\to\infty} \frac{bx^۲+۷}{۴x^۲+ax+۱} = \frac{bx^۲}{۴x^۲} = \frac{b}{۴} \rightarrow \frac{b}{۴} = ۳ \rightarrow b = ۱۲$

(۲)

مجانب قائم : ریشه‌ی مخرج $\Rightarrow ۴x^۲+ax+۱ \xrightarrow{x=-۱/۲} ۱-\frac{۱}{۲}a+۱=۰ \rightarrow -\frac{۱}{۲}a=-۲ \rightarrow a=۴$

✓

$\rightarrow \frac{b}{a} = \boxed{۳}$

۹-

$f(x) = \frac{x^۴}{x^۳-۸} \xrightarrow{(۱)'} f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۳-۸)-۳x^۲(x^۴)}{(x^۳-۸)^۲} = \frac{x^۶-۳۲x^۳}{(x^۳-۸)^۲} \rightarrow x^۶-۳۲x^۳=۰$

(۲)

$\underset{\searrow ۰}{x^۳}(\underset{\searrow ۲^{\frac{۵}{۳}}}{x^۳-۳۲})=۰$

$-\infty$		۰		① ۲		$۲^{۵/۳}$		$+\infty$
	+		-	‖	-		+	

$\rightarrow$ از جدول مینیمم طول بازه‌ی اکیداً نزولی $[۲, ۲^{\frac{۵}{۳}}] \rightarrow$ طول بازه $= ۲^{\frac{۵}{۳}}-۲$

✓

۱۰-

$f(x) = \frac{x^۴-۳}{x^۲-۳} \xrightarrow{(۱)'} f'(x) = \frac{۴x^۳(x^۲-۳)-۲x(x^۴-۳)}{\underset{\searrow \pm\sqrt{۳}}{(x^۲-۳)^۲}}$ ، $۴x^۵-۱۲x^۳-۲x^۵+۶x=۰$

(۱،۲)

$\rightarrow ۲x^۵-۱۲x^۳+۶x=۰ \rightarrow \underset{\searrow ۰}{۲x}(x^۴-۶x^۲+۳)=۰ \rightarrow x^۲ = \frac{۶\pm\sqrt{\overset{۲\sqrt{۶}}{۲۴}}}{۲} = x^۲ = ۳\pm\sqrt{۶}$

$x = \pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}}$

$x = \pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$

-۲		$\overset{-\sqrt{۳+\sqrt{۶}}}{\swarrow}$		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$		$\sqrt{۳+\sqrt{۶}}$		۲
	-		+	‖	+		-		+		-	‖	-		+	

$\rightarrow$ تعداد بازه‌های اکیداً نزولی $= \boxed{۴}$

$۲x^۵-۱۲x^۳+۶x=۰ \rightarrow ۲x(x^۴-۶x^۲+۳)=۰ \rightarrow \{x=۰$

$\rightarrow x^۴-۶x^۲+۳=۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲-۶t+۳=۰ \rightarrow t=\frac{۶\pm\sqrt{۲۴}}{۲}=۳\pm\sqrt{۶} \rightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{۳-\sqrt{۶}} \\ x=\pm\sqrt{۳+\sqrt{۶}} \end{cases}$ غ ق ق

x		$-\sqrt{۳}$		$-\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		۰		$\sqrt{۳-\sqrt{۶}}$		$\sqrt{۳}$	
y'	-	ت	-	۰	+	۰	-	۰	+	ت	+

$\rightarrow$ در ۳ بازه اکیداً نزولی