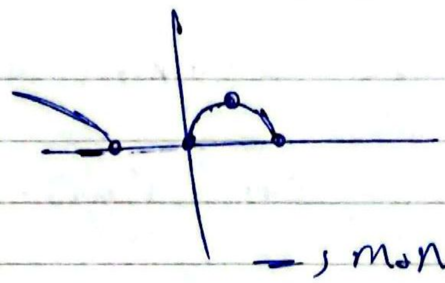
D ۲۴ فصل ۴ دوازدهم ریاضی A

پاسخنامه

۱- $f(x) = \sqrt{x(1-mx)}$ ، ‌ $\frac{}{}$



$\to m=1 ,\ x=0 ,\ k=2$ $\qquad \to m+n+k = 3$

۲- $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \left(\frac{-2}{2\sqrt{a-2x}}\right) = 0$

بحرانی $\to 2\sqrt{x} = 2\sqrt{a-2x} \to a-2x = 4x \to x = \frac{a}{6} \to$

$f(0) = \sqrt{a} ,\ f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a}{2}} \to \min$ $\qquad D_f = [0 , \frac{a}{2}]$

$\to f(\frac{a}{6}) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}} = \frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a} \to \max$

$\to \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a} = \sqrt{12} \to \frac{3}{\sqrt{12}} a = \sqrt{12} \to 3a = 12$

$\to a = 4 = [a]$

۳- نقاط بحرانی $\to 0 , 2 , -2$

$f(x) \begin{cases} \frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & x \geq 2 \ \text{یا}\ x \leq -2 \\ -\frac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & 2 > x > -2 \end{cases}$

$\to f'(x) = \begin{cases} \frac{(4x^3-8x)(x^2-1) - 2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} & x \geq 2 \ \text{یا}\ x \leq -2 \\ -\frac{(4x^3-8x)(x^2-1) - 2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} & 2 > x > -2 \end{cases}$

([illegible])

$f' = 0 \to 4x^5 - 4x^3 - 8x^3 + 8x - 8x^5 + 8x^3 = 0 \to 2x^5 - 4x^3 + 8x = 0$

$\to (2x)(x^4 - 2x^2 + 4) = 0 \to x = 0 \to$ [illegible]

$\Delta < 0$ ریشه ندارد

-۴

$y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow$ if $x=0 \Rightarrow y' = c = 0 \Rightarrow c=0$

if $x=A \Rightarrow d=0 \Rightarrow d=0$ | if $x=1 \Rightarrow y' = 3a+2b=0$ (۲) and if $x=B=1 = a+b$ (۱)

(۱) , (۲) حل $\Rightarrow b=3$, $a=-2 \Rightarrow ab=-6$

-۵

$f(x) = x|3-x^2| \Rightarrow$ if $x \in [-1.5, \sqrt{3}] \Rightarrow 3-x^2 \geq 0$

$\Rightarrow f(x) = 3x - x^3 \Rightarrow f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow -x^2+1=0 \Rightarrow x = \pm 1$

x		-1		1	
y'	$-$		$+$		$-$
f	↘		↗		↘

$x=1 \Rightarrow max$ نسبی

$x=-1 \Rightarrow min$ نسبی $\Rightarrow min$ مطلق $= \{-1, -2\}$

$x=-1 \Rightarrow -1|2| = -2$

-۶

$y = x^2|x| + 3ax^2 + b \xrightarrow{x<0} -x^3 + 3ax^2 + b \Rightarrow$ ext نسبی $A(-1, 1)$

$y' = -3x^2 + 6ax \xrightarrow{x=-1} -3 - 6a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ | if $x=A \Rightarrow 1 = -(-1)^3 - \frac{3}{2}(-1)^2$

$+b \Rightarrow b = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3$

-۷

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{4} \Rightarrow y' = 3x+1 \Rightarrow 3x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \left(\frac{2a}{1+a}, \frac{5}{a+1}\right) \Rightarrow \frac{2a}{1+a} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = 2$

$\Rightarrow \frac{3x+4}{3x+3} \Rightarrow y=0 \Rightarrow 3x+4=0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$

-۸

$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1} \Rightarrow$

مجانب افقی $\Rightarrow \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b=12$

مجانب قائم $\Rightarrow 4x^2+ax+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 - \frac{a}{2} + 1 = 0 \Rightarrow a=4$

$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$

$$y' = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{4x^6 - 32x^3 - 3x^6}{(x^3-8)^2} \Rightarrow y' = 0$$ -۹

$$\Rightarrow x^6 - 32x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^3-32) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{32} = 2\sqrt[3]{4} \end{cases}$$

x		0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	+		−		−		+
$f(x)$	↗		↘		↘		↗

$[2 , 2\sqrt[3]{4}]$ طولانی‌ترین بازه‌ای که تابع در آن اکیداً نزولی است.

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-2) - 2x(x^4-3)}{(x^2-2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2-2)^2} = \frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$ -۱۰

تابع روی $\mathbb{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$ مشتق‌پذیر است. ⇐ نقاط $f'(x) = 0$

x		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$	
$f'(x)$	−		+		+		−		+		−		−		+
$f(x)$	↘		↗		↗		↘		↗		↘		↘		↗

اکیداً نزولی در $(-2, -\sqrt{3}]$ ، $[-1, 0]$ و $[1, \sqrt{2})$ و $(\sqrt{2}, \sqrt{3}]$