نام و نام خانوادگی ......آترین جلیلی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۶.. کلاس ..دوازدهم تجربی A........

1

$f(x)=\sqrt{x-x|x|}$ $\xrightarrow{x\geq 0} f(x)=\sqrt{x-x^2}$ → $x\in[0,1]$

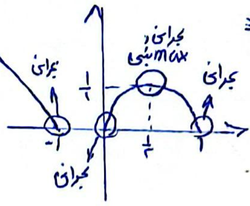
$\xrightarrow{x<0} f(x)=\sqrt{x+x^2}$ → $x\in(-\infty,-1]$ $\Rightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$(-\infty,-1] \rightarrow f'(x)=\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}=0 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$ غ ق ق

$[0,1] \rightarrow f'(x)=\dfrac{-2x+1}{2\sqrt{-x^2+x}}=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ نقطه بحرانی

x		$\frac{1}{2}$	
y'	$+$	0	$-$
y	↗	$\frac{1}{2}$	↘

نسبی max



$\Rightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=1 \\ n=0 \end{cases} \Rightarrow k+m+n=\boxed{5}$

2

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{4}{4\sqrt{a-2x}}=0 \rightarrow \dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{a-2x}} \Rightarrow a-2x=4x$

$\Rightarrow a=6x \Rightarrow x=\frac{a}{6}$ بحرانی

$x\geq 0$ (I) ; $a-2x\geq 0 \rightarrow x\leq \frac{a}{2}$ (II) $\xRightarrow{I\cap II} D_f=[0,\frac{a}{2}]$

$\begin{cases} f(0)=\sqrt{a} \\ f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}} \quad \boxed{min} \\ f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{4a}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}(\sqrt{a})+\frac{2}{\sqrt{6}}(\sqrt{a})=\frac{3}{\sqrt{6}}(\sqrt{a}) \quad \boxed{max} \end{cases}$

$min \times max=\sqrt{12} \rightarrow \sqrt{\frac{a}{2}}\times\frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a}=\sqrt{12} \rightarrow \frac{3}{\sqrt{12}}a=\sqrt{12} \rightarrow 3a=12$

$\rightarrow a=4$

$\rightarrow \boxed{[a]=4}$

3

$f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}|x^2-4| \rightarrow x^2-4=0 \rightarrow \boxed{x=\pm 2}$ نقاط مرزی و بحرانی و اکسترمم نسبی و $\boxed{x=0}$ $\Rightarrow$ اکسترمم نسبی دارد $\boxed{3}$

$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} & x\geq 2,\ x\leq -2 \\ \dfrac{-x^2(x^2-4)}{x^2-1} & -2<x<2 \end{cases} \rightarrow f'(x)=\begin{cases} \dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2} & x\geq 2,\ x\leq -2 \\ -\dfrac{[(4x^3-8x)(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2)]}{(x^2-1)^2} & -2<x<2 \end{cases}$

$\Delta<0$

$f'(x)=0 \rightarrow 4x^5-4x^3-8x^3+8x-2x^5+8x^3=0 \rightarrow 2x^5-4x^3+8x=0 \rightarrow 2x(\underbrace{x^4-2x^2+4}_{\Delta<0})=0 \rightarrow \boxed{x=0}$

4

$y=ax^3+bx^2+cx+d \rightarrow y'=3ax^2+2bx+c \xrightarrow[A(0,0)]{x=0} y'=\boxed{c=0}$

$\xrightarrow{A(0,0)} d=0 \Rightarrow y=ax^3+bx^2 \xrightarrow{B(1,1)} 1=a+b \rightarrow a=1-b$ (I)

$y'=3ax^2+2bx \xrightarrow{x=1} 3a+2b=0 \rightarrow 3(1-b)+2b=0 \rightarrow b=3$, $a=1-3=-2$

$\Rightarrow a\cdot b=-2\times 3=-6$

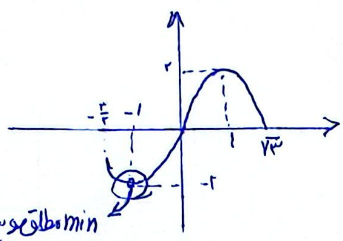
5

$f(x)=x|3-x^2|$ $\quad 3-x^2=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{3}$ → $f(x)=-x^3+3x\ ,\ -\frac{3}{2}\leq x\leq \sqrt{3}$

$\rightarrow f'(x)=-3x^2+3=0 \rightarrow x=\pm 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

min نسبی ، max نسبی



min مطلق $=-2$

$$y = x^2|x| + 3ax^2 + b \xrightarrow[x=-1]{x<0} y = -x^3 + 3ax^2 + b \longrightarrow y' = -3x^2 + 6ax$$

$$x=-1 \Rightarrow y' = -3 - 6a = 0 \longrightarrow \underline{a = -\frac{1}{2}}$$

$$\longrightarrow y = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + b \xrightarrow{A(-1,1)} 1 = -(-1)^3 - \frac{3}{2}(-1)^2 + b \rightarrow \underline{b = \frac{3}{2}}$$

$$\longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = \underline{-3}$$

$$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{a}{4} \Rightarrow y' = 3x + 1 = 0 \rightarrow \underline{x = \frac{-1}{3}},\ \underline{y = \frac{2}{3}}\ \min$$

$$y = \frac{(ax+3)}{(a+1)x + (a-1)}$$

مجانب قائم $= (a+1)x + (a-1) = 0 \rightarrow x = \dfrac{-a+1}{a+1}$

مجانب افقی $y = \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{a+1}$

محل برخورد با محور x ها

$$\frac{-a+1}{a+1} = \frac{-1}{3}\ ,\ \frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{a=2} \longrightarrow y = \frac{(2x+3)}{3x+1} = 0 \rightarrow 2x+3=0 \rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}}$$

$$y = \frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1}$$

مجانب قائم: $4x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{x=\frac{-1}{2}} 4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + a\left(\frac{-1}{2}\right) + 1 = 0 \rightarrow \underline{a = 4}$

مجانب افقی: $\dfrac{b}{4} = 3 \rightarrow \underline{b = 12} \Rightarrow \dfrac{b}{a} = \dfrac{12}{4} = \underline{3}$

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3-8} \qquad x^3 - 8 = 0 \rightarrow \underline{x = 2}$$

مجانب قائم

$$y' = \frac{4x^3(x^3-8) - 3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2} = \frac{4x^6 - 32x^3 - 3x^6}{(x^3-8)^2}$$

$$= \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3-8)^2} = 0 \rightarrow x^6 - 32x^3 = 0 \rightarrow x^3(x^3-32) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{32} = 2\sqrt[3]{4} \end{cases}$$

x		0		2		$2\sqrt[3]{4}$	
y'	$+$	0	$-$	$\not\exists$	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$	مجانب قائم	$\searrow$		$\nearrow$

تابع در بازه‌های $(0,2)$ و $(2, 2\sqrt[3]{4})$ اکیداً نزولی است

بازهٔ کوچکتر $(2, 2\sqrt[3]{4})$ است که طول آن برابر $2(\sqrt[3]{4}-1)$ است

$$f(x) = \frac{x^4-3}{x^2-3}\ ,\ D_f = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{3}\}$$

در این بازه مشتق‌پذیر است

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2-3) - 2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}$$

$$= \frac{2x^5 - 12x^3 + 6x}{(x^2-3)^2} = \frac{2x(x^4 - 6x^2 + 3)}{(x^2-3)^2} = \frac{2x(x^2-3-\sqrt{6})(x^2-3+\sqrt{6})}{(x^2-3)^2} = \frac{2x(x-\sqrt{3+\sqrt{6}})(x+\sqrt{3+\sqrt{6}})(x-\sqrt{3-\sqrt{6}})(x+\sqrt{3-\sqrt{6}})}{(x^2-3)^2}$$

x		$-\sqrt{3+\sqrt{6}}$		-2		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$		0		$\sqrt{3-\sqrt{6}}$		$\sqrt{3}$		2		$\sqrt{3+\sqrt{6}}$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$		$+$	$\not\exists$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\not\exists$	$-$		$-$	0	$+$

اکیداً نزولی $\Rightarrow f'(x) \leq 0\ \ x \in (-2,2)$

$$(\sqrt{3}, 2) \cup [\sqrt{3-\sqrt{6}}, \sqrt{3}) \cup [-\sqrt{3-\sqrt{6}}, 0] \Rightarrow$$ ۳ بازه