بنام خدا

۱۹٫۷۵

- امیرمهدی اسماعیل‌زاد دوازدهم سری A

$$\text{شیب وتر} = \frac{f(3) - f(1)}{2} = \frac{1 - \frac{a}{3} - (1-a)}{2} = \frac{a}{3}$$

$$f'(x) = \frac{a}{x^2} = \frac{a}{3} \longrightarrow \boxed{x = \pm\sqrt{3}} \quad \begin{cases} x = -\sqrt{3} & \times \\ x = \sqrt{3} & \checkmark \end{cases}$$

-۱

۱٫۷۵

معادله مماس: $2ax^2 - 5x + 18a = x \xrightarrow{\times 2} 2ax^2 - 6x + 18a = 0$

-۲

$$\longrightarrow ax^2 - 3x + 9a = 0 \xrightarrow{\Delta = 0} 9 - 4a(9a) = 0 \longrightarrow a \begin{cases} \frac{1}{2} \longrightarrow x = 2 \text{ قابل قبول} \\ -\frac{1}{2} \longrightarrow x = 3 \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

$\boxed{a = -\frac{1}{2}}$ ✓

(۲)

-۳

$$y' = 3x^2 - 12 = 0 \longrightarrow x = +2, -2$$

$y(+2) = ?$

$\longrightarrow y = 8 - 24 + 2 = -14$ ✓

x		-2		$+2$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	max	↘	min	↗

(۲)

$A = \max\{-2, 0\}$

$B = \min\{0, -4\}$

-۴

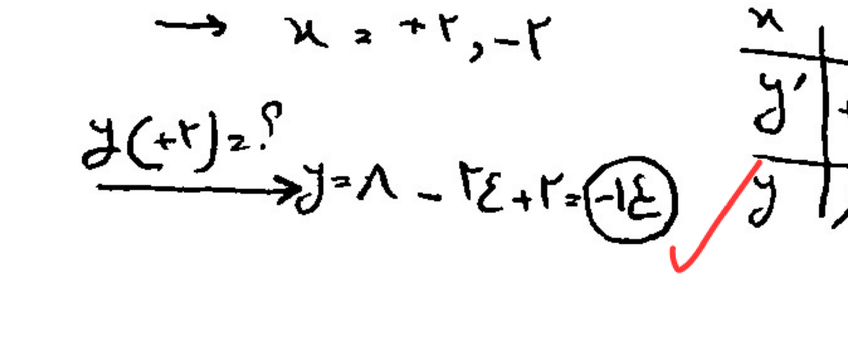
$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b = 3(x-0)(x+2) = 3x^2 + 6x$$

$$\longrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} y(0) &= -4 \\ y(-2) &= -8 + 12 - 4 = 0 \end{aligned}$$

$\overline{AB} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ✓

(۲)

$y_1 = x(x-a)$



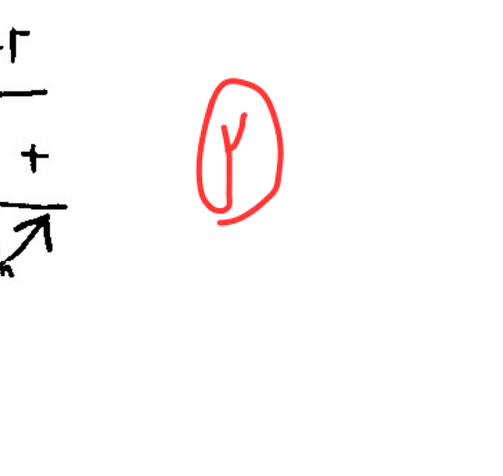
$f(x) = |x|(|x| - a)$

$m = 2$

$n = 3$

$\boxed{\frac{n}{m} = \frac{3}{2}}$ ✓

(۲)



$|f(x)| = |x^2 - a|x||$

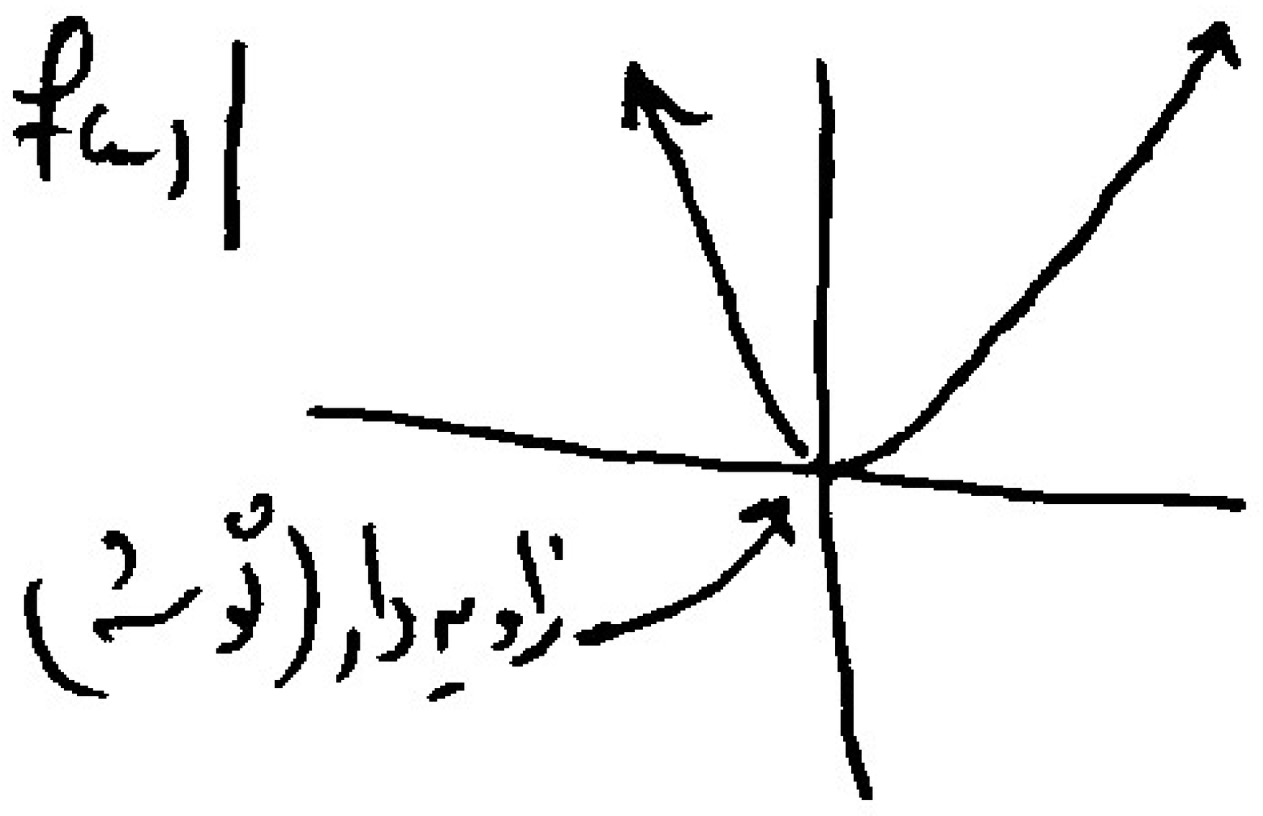
-۵

۶-

$$|f(x)| = |x(|x|+3)| = \begin{cases} |x^2+3x| & x \geq 0 \\ |x^2-3x| & x < 0 \end{cases}$$

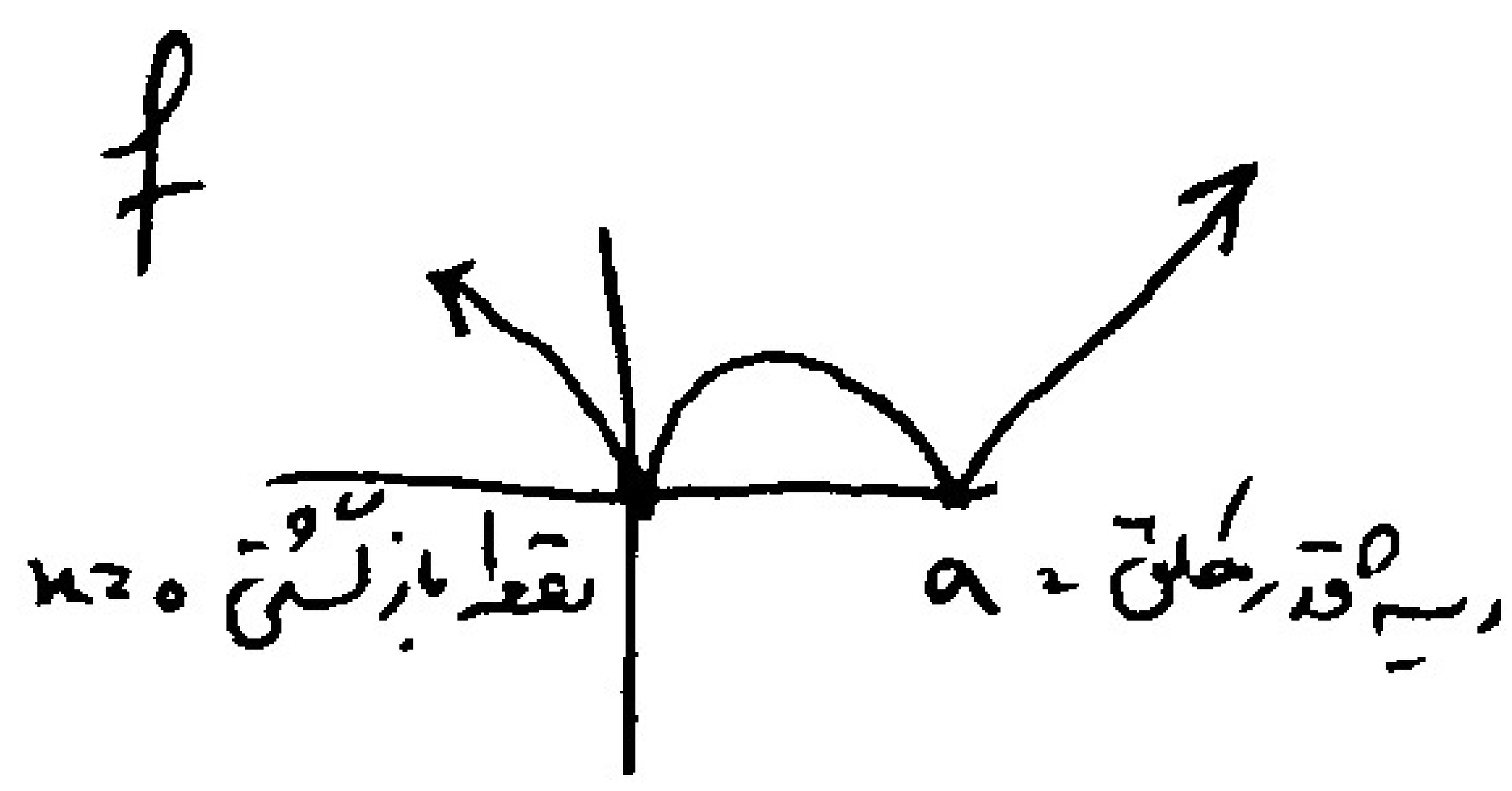
(۲)

$y = |f(x)|$



یک نقطه بحرانی در $x=0$ دارد

۷-



$$\xrightarrow[0 < x < a]{\text{تابع در}} f(x) = \sqrt[3]{x^2}\,(-x+a)$$

$$f'(x) = \frac{2x(a-x)}{3\sqrt[3]{x^4}} + -\sqrt[3]{x^2} = 0$$

$$\longrightarrow \frac{2(a-x)}{3\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x^2} \longrightarrow 3x = 2a - 2x \longrightarrow 5x = 2a \rightarrow x = \frac{2a}{5}$$

(۲)

$$f\left(\frac{2a}{5}\right) = 1/8 = \sqrt[3]{\frac{4a^2}{25}}\left(\frac{3a}{5}\right) \longrightarrow \frac{5^5}{2^5} = a^5 \longrightarrow \boxed{a = 2/5}$$

۸-

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x^2-x} & x < 0 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} & x > 0 \\ \dfrac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} & x < 0 \end{cases}$$

$f'(x) = 0 \longrightarrow x = \frac{1}{2}$ غ ق ق

$\varnothing \searrow x = -\frac{1}{2}$ ماکزیمم

بحرانی مرزی $x=1$ ، $x=-1$ بحرانی مرزی ، $x=0$ بحرانی مرزی ، $x=-\frac{1}{2}$ بحرانی ماکسیمم

$$\begin{cases} m = 1 \\ n = 0 \\ k = 4 \end{cases} \qquad \frac{km+n}{k-n} = \boxed{1}$$

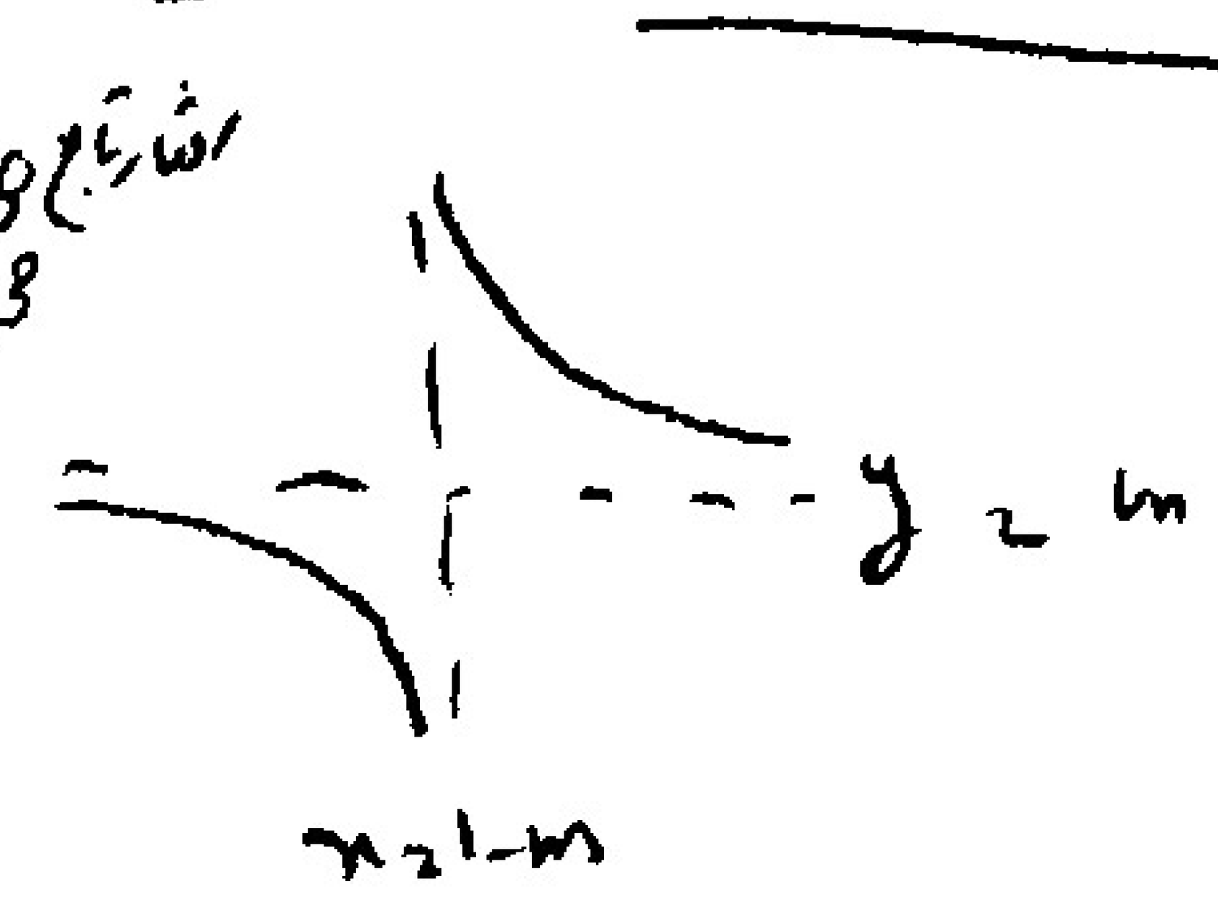
(۲)

۹-

$$\text{I}: ad - bc < 0 \longrightarrow m^2 - m - 2 < 0 \qquad m \in (-1, 2)$$
$$(m-2)(m+1) < 0$$

(۲)

افزایش طول و عرض‌ها



$$\text{II}: 1 - m \leq 1 \rightarrow 0 \leq m \xrightarrow{\text{I} \cap \text{II}} m \in [0, 2) \longrightarrow m = 0, 1$$

به ازای دو مقدار صحیح

۱۰-

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \qquad f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x \geq 0 \\ \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases}$$

تابع در $x=0$ مشتق‌ناپذیر است. زیرا مشتق راست و چپ موجود و برابر دارد

$$f'(x) = 0 \longrightarrow x = \underset{\text{غ ق ق}}{+1}, -1$$

(۲)

فقط در $x=-1$ نقطه بحرانی دارد