۱۷٫۲۵

نام و نام خانوادگی ......محمدیا همت ط.ر...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...... کلاس ......

۱

معادله خط به فرم $y=ax+1$ است ⇐

$5=3a+1$

$a=\frac{4}{3}$

$y=\frac{4}{3}x+1 \Rightarrow f'(3)=\frac{4}{3}$ ✓

۲

۲

$m=\frac{1}{3} \Rightarrow y-1=\frac{1}{3}(x+1) \Rightarrow y=\frac{1}{3}(x+1)+1$

$\sqrt{ax-1}=\frac{x}{3}+\frac{4}{3} \Rightarrow 9ax-9=x^2+8x+16 \Rightarrow x^2+(8-9a)x+25=0$

$\Delta=0 \Rightarrow a=2$ ✓ $\Rightarrow f(5)=3$ ✓

$a=-\frac{2}{9}$ غ ق ق

۲

۳

$f'(1)=\frac{3}{4}$

$f'(x)=\frac{x^2+6x+3m-1}{(x+3)^2}$

$\frac{3m+6}{4\times 4}=\frac{3}{4} \Rightarrow m=2$

$f(1)=1$

$4(1)-3(1)=n$

$n=1$

$m+n=3$

۲

۴

$f(x)=\frac{(3-\sin x)(\sin^2 x+3\sin x+9)}{(3-\sin x)(\sin x+3)}=\frac{\sin^2 x+3\sin x+9}{\sin x+3}=\frac{\sin^2 x}{\sin x+3}+3$

۱٫۷۵

$3g-f(x)=\frac{9-\sin^2 x}{\sin x+3}-3=3-\sin x-3=-\sin x$

$(3g-f)'(x)=-\cos x \Rightarrow (3g-f)'(\frac{5\pi}{3})=\cancel{\frac{1}{2}}$ $-\frac{1}{2}$

۵

$g(x)=\frac{1}{2x^5}$, $f(x)=-\frac{1}{\sqrt[5]{2x}}$ ⇐ $0<g(\sqrt[5]{3})$ و $0<\sqrt[5]{3}$

$f\circ g(x)=-x \Rightarrow (f\circ g)'(x)=-1$ ✓

۲

۶

$$g(x) = \frac{f(x)-1}{x} = \frac{f(x)-f(0)}{x-0} \qquad \lim_{x\to 0} g(x) = f'(0)$$

$$f'(x) = 2\left(\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1}\right) \times \frac{2}{(\sin x + 1)^2} \cdot \cos x \Rightarrow f'(0) = -4$$

۲

۷

فرض می‌کنیم خط m سهمی $y = x^2+1$ را در دو نقطهٔ هم‌عرض α و β قطع می‌کند.

$$y' = 2x \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\alpha \cdot 2\beta = -1 \\ \alpha^2+1 = \beta^2+1 \quad (\alpha = -\beta) \end{array}\right\} \quad \alpha = \frac{1}{2}, \quad \beta = -\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow m = \frac{5}{4} \Rightarrow d: y = -\frac{5}{4}$ فاصله $= \frac{5}{4}$ خط d = ترسیم خط m نسبت به محور x

۲

۸

$d = mx$ نقطهٔ تماس (α, β)

$$\left.\begin{array}{l} m\alpha = 2\sqrt{\alpha}\,(4\alpha^2+3) \\ m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}(4\alpha^2+3) + 8\alpha \times 2\sqrt{\alpha} \\ m\sqrt{\alpha} = 20\alpha^2+3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} m\sqrt{\alpha} = 2(4\alpha^2+3) \qquad \alpha^2 = \frac{1}{4} \checkmark \\ 20\alpha^2+3 = 8\alpha^2+6 \qquad \alpha = -\frac{1}{4} \text{ غ ق} \\ m = 8/5 \end{array}$$

$$m = \frac{20\left(\frac{1}{4}\right)+3}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = 8\sqrt{2}$$

۱٫۵

۹

چون تابع از نقطهٔ $(0,0)$ می‌گذرد و با توجه به $\sqrt{x}$، در صفر مماس قائم دارد ⇐ خط d: $x = 0$

خط $d \to y = ax \qquad A(\alpha, a\alpha)$

و عرض نقطه A نیز صفر ابرده

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{-2\alpha^2+\alpha+1} = a\alpha \to a\sqrt{\alpha}(-2\alpha^2+\alpha+1) = 1 \to -2a\alpha^{\frac{5}{2}} + a\alpha^{\frac{1}{2}} + a\alpha^{\frac{3}{2}} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} -5a\alpha^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}a\alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}a\alpha^{-\frac{1}{2}} = 0 \xrightarrow[\times 2\sqrt{\alpha}]{\div a} -10\alpha^2+3\alpha+1 = 0 \to \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{5} \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(\alpha) = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{-2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۰

۱۰

$$f'(x) = 24x^2 \qquad f'(2) = 4 \times 24 \qquad f(x) = 8x^3 \Leftarrow \left[\frac{\sqrt{5}}{2}^-\right] = 2$$

$$g'(x) = -\frac{1}{2}(x^2-1)^{-\frac{3}{2}} \times 2x \qquad g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = -4\sqrt{5}$$

$$(f\circ g)'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = g'\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \times f'\left(g\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right) = 2 \times 48 \times (-4\sqrt{5})$$

۸ برابر

۲