$g(x) = \frac{f(x)-1}{x} \Rightarrow \lim_{x\to 0} g(x) = \frac{f(x)-1}{x} = \frac{0}{0}$ $\quad \sin\alpha \sim \alpha \;\; (\alpha \to 0)$

$\xrightarrow{Hop} \frac{f'(x)}{1} \Longrightarrow f'(0) = 2(-1)(2) = -4$ ۶

$f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 \xrightarrow{f'(x)} 2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\left(\frac{2}{(x+1)^2}\right)$ جواب

۲

$y = x^2+1 \xrightarrow{\text{قرینه}} y = -x^2-1 \Rightarrow y' = -2x$

خط d خطی افقی است.

برای اینکه ۲ خط بر هم عمود باشند باید شیب یکی از آنها ۱ شیب دیگری -1 باشد. چون تابع زوج است. ۷

$\begin{cases} -2x = 1 \to x = -\frac{1}{2} \\ -2x = -1 \to x = \frac{1}{2} \end{cases} \quad x = \pm\frac{1}{2} \to y = -\frac{1}{4} - \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$

$-\frac{5}{4} \Rightarrow d \xrightarrow{\text{فاصله از مبدأ}} +\frac{5}{4} \to$ جواب

۲

$\frac{2\sqrt{x}(4x^2+c)}{x\sqrt{x}} = \frac{4x^2+c}{\sqrt{x}} + \frac{(8x)(2x)}{\sqrt{x}}$

خط d از ۲ نقطه‌ی $(0,0)$ و $(x, 2\sqrt{x}(4x^2+c))$ می‌گذرد و شیب آن در نقطه‌ی x برابر مشتق تابع است. ۸

$\Rightarrow 8x^2 + 6 = 20x^2 + c \Rightarrow 3 = 12x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$

$x = \begin{cases} +\frac{1}{2} \to \in D \\ -\frac{1}{2} \notin D \end{cases} \to \frac{2(4\times\frac{1}{4}+3)}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 8\sqrt{2}$ جواب

۲

$\sqrt{x} = t \to f(x^2) = \frac{t}{-2t^4+t^2+1}$

خط مبدأ گذر است $\leftarrow y = ax$

$f(\frac{1}{2}) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{-2(\frac{1}{4})+\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad f(x) = g(x),\; f'(x) = g'(x)$ ۹

$\frac{t}{-2t^4+t^2+1} = at^2 \to -2at^5 + at^3 + at - 1 = 0$

$\xrightarrow{\prime} -10at^4 + 3at^2 + a = 0 \quad -a(10t^4 - 3t^2 - 1) = 0$ $\begin{cases} t^2 = \frac{1}{2} \checkmark \\ t^2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$ غ ق ق جواب

۲

$\lim_{x\to\sqrt{\frac{5}{2}}^-} g(x) = 2^+ \quad (f\circ g)'(\sqrt{\frac{5}{2}}^-) \Rightarrow \underbrace{g'(\sqrt{\frac{5}{2}}^-)}_{-4\sqrt{5}}\, \underbrace{f'(2^+)}_{24\times 4}$ $\quad g'(x) = \frac{-2x}{x^2-1}$ ۱۰

$f(x) = (x[x])^3 = 8x^3 \xrightarrow{f'} 24x^2 \quad (x \to 2^+)$

$\Longrightarrow \frac{24\times 4\times(-4)\sqrt{5}}{-48\sqrt{5}} = 8 \to$ جواب

۲

۲۰

نام و نام خانوادگی محمدحسین شاه‌نظری پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ کلاس ۱۲ ریاضی ۵

۱	⊕ شیب نمودار در نقطه‌ی ۳ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی ۳ می‌باشد. خط مماس بر نمودار از ۲ نقطه‌ی $(0,5)$ و $(1,3)$ می‌گذرد $\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5-1}{3-0} = \frac{4}{3}$ جواب ۲
۲	⊕ فاصله خط $y = \frac{x+4}{3}$ ⊕ برای اینکه مماس باشد باید فاصله‌ی $f(x) = g(x)$ ریشه مضاعف داشته باشد $\frac{x+4}{3} = \sqrt{ax-1} \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 9ax - 9$ $\Rightarrow x^2 + (8-9a)x + 25 = 0$ ↪ $(x-5)^2$ ق ق ، $(x+5)^2$ غ ق ق $8 - 9a = -10 \rightarrow a = 2$ $\Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{x=5} f(5) = \sqrt{9} = 3 \longrightarrow$ جواب ۲
۳	⊕ برای اینکه مماس باشد $f(x) = g(x)$ ، $f'(x) = g'(x)$ $y = \frac{3}{4}x + \frac{n}{4}$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 6x + 3m - 1}{(x+3)^2} \underset{x=1}{=} \frac{3}{4} \rightarrow \frac{\cancel{4}(m+2)}{(4)\cancel{(4)}} = \frac{3}{4}$ $\Rightarrow m = 2$ $f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{1+2+1}{4} = \frac{3+n}{4} \Rightarrow n = 1$ $m + n = 2 + 1 = 3 \longrightarrow$ جواب ۲
۴	$\Rightarrow (3g - f)'(\frac{5\pi}{6}) = ?\Rightarrow 3g - f \Rightarrow \frac{9}{3+\sin\alpha} - \frac{(3-\sin\alpha)(9 + \sin^2\alpha + 3\sin\alpha)}{(3+\sin\alpha)(3-\sin\alpha)}$ $\Rightarrow \frac{9 - 9 - \sin^2\alpha - 3\sin\alpha}{3+\sin\alpha} = \frac{-\sin\alpha(\sin\alpha + 3)}{3+\sin\alpha} = -\sin\alpha \xrightarrow{\text{مشتق}} -\cos\alpha$ $\Rightarrow -\cos(\frac{5\pi}{6}) = -\frac{1}{2} \longrightarrow$ جواب ۲
۵	⊕ در $x = \sqrt[5]{3}$ قدر مطلق‌ها خودشان بیرون می‌آیند $g(x) = \frac{1}{2x^5}$ $f(x) = \frac{-1}{\sqrt[5]{2x}}$ $\Rightarrow (f \circ g)'(\sqrt[5]{3}) = ? \Rightarrow f \circ g \Rightarrow \frac{-1}{\sqrt[5]{2 \times \frac{1}{2x^5}}} = -x$ $\rightarrow f \circ g(x) = -x \Rightarrow (f \circ g)'(x) = -1 \longrightarrow$ جواب ۲