۱۴٫۵

نام و نام خانوادگی امیرعلی [illegible] فرد .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس دوازدهم ریاضی A ....

۱

$g(x)=f(\tan^۲x+\sqrt{۲}\cos x) \Rightarrow g(\frac{\pi}{۴})=f(۲) \Rightarrow g'(\frac{\pi}{۴})=f'(۲)=\sqrt{۳}$

۱٫۵

$g(x)=(۲\tan x(1+\tan^۲x-\sqrt{۲}\sin x)f'(\tan^۲x+\sqrt{۲}\cos x))$

$\xrightarrow{x=\pi/۴} g'(\frac{\pi}{۴})=۳f'(۲)=\sqrt{۳} \longrightarrow f'(۲)=\frac{1}{\sqrt{۳}} \longrightarrow f'(۲)=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲

$h(x)=f(x)-۲g(x)=\frac{\cos^۲x-۲\cos x+۴-۴}{۲-\cos x}=\frac{\cos x(\cos x-۲)}{-(\cos x-۲)}=-\cos x \quad \frac{۸+\cos^۳x}{۴-\cos^۲x}=\frac{(\cancel{۲+\cos x})(\cos^۲x-۲\cos x+۴)}{(\cancel{۲+\cos x})(۲-\cos x)}$

$\Rightarrow h'(x)=f'(x)-۲g'(x)=\sin x \Rightarrow h'(\frac{۷\pi}{۶})=\sin(\frac{۷\pi}{۶})=-\frac{1}{۲}$ ✓

۲

۳

$f'_+(\frac{۳}{۴})=(۴x-۳)(\sqrt{ax})=۴(\sqrt{ax})+(\frac{a}{۲\sqrt{ax}})(۴x-۳)=۲\sqrt{۳a}+\frac{a}{\sqrt{۳a}}\times ۰=۲\sqrt{۳a}$

$f'_-(\frac{۳}{۴})=-۴(\sqrt{ax})+(\frac{a}{۲\sqrt{ax}})(۳-۴x)=-۲\sqrt{۳a} \Rightarrow ۲\sqrt{۳a}+۲\sqrt{۳a}=۲\sqrt{۶} \Rightarrow a=۲$

$x\to(\frac{۳}{۴})^+ \longrightarrow f(x)=(۴x-۳)\sqrt{ax} \longrightarrow f'(x)=۴\sqrt{ax}$ مشتق عامل صفرشونده $\to f'_+(\frac{۳}{۴})=۴\sqrt{\frac{۳}{۴}a}$

$x\to(\frac{۳}{۴})^- \longrightarrow f(x)=(۳-۴x)\sqrt{ax} \to f'(x)=-۴\sqrt{ax}$ مشتق عامل صفر شونده $\to f'_-(\frac{۳}{۴})=-۴\sqrt{\frac{۳}{۴}a}$

$\to f'_+(\frac{۳}{۴})-f'_-(\frac{۳}{۴})=۸\sqrt{\frac{۳}{۴}a}=۲\sqrt{۶} \to \sqrt{\frac{۳}{۴}a}=\frac{\sqrt{۶}}{۴} \to \frac{۳}{۴}a=\frac{۶}{۱۶} \to a=\frac{1}{۲}$

۰

۴

$y=۲-ax \qquad g(x)=۲-ax \qquad f(۴)=g(۴), f'(۴)=g'(۴)=-a$

$g(۴)=۲-۴a \Rightarrow ۲-۴a-a=-1 \Rightarrow a=\frac{۳}{۵} \Rightarrow f'(۴)=-a=-\frac{۳}{۵}$ ✓

۲

۵

$y=\frac{x+۵}{۷} \qquad \frac{(ax-1)}{۳x+1}=\frac{(x+۵)}{۷} \qquad ۷ax-۷=۳x^۲+۱۶x+۵$

$۳x^۲+((۱۶-۷a)x+۱۲=۰$

$(\sqrt{۳}x\pm۲\sqrt{۳})^۲$

$\Rightarrow f(x)=\frac{۴x-1}{۳x+1}$

۲

$۱۶-۷a=\pm(۲\sqrt{۳})(۲\sqrt{۳})$

$۱۶-۷a=۱۲ \Rightarrow a=\frac{۴}{۷}$ ج

جواب دوم

$۱۶-۷a=-۱۲ \Rightarrow -۷a=-۲۸ \Rightarrow a=۴$ ✓

جواب اول

۶	$f(x)=x^۳+ax-b \Rightarrow f'(x)=۳x^۲+a \Rightarrow f'(۲)=۳ \Rightarrow a=-۹$ ① $\Rightarrow f(x)=x^۳-۹x-b \Rightarrow f(۲)=۰ \Rightarrow ۸-۱۲-b=۰ \Rightarrow b=-۴$ $b-a=-۴+۹=\boxed{۲}$ $f(۲)=۰ \to ۸+۲a-b=۰$ $f'(۲)=۰ \to ۳x^۲+a=۰ \to ۱۲+a=۰ \to a=-۱۲$ $\to ۲a-b=-۸ \xrightarrow{a=-۱۲} b=-۱۶$ $b-a=-۱۶-(-۱۲)=-۴$
۷	$f'(x)=۸\sin x^{n-1}(x^۲)\cos(x^۲)۲x \Rightarrow \lim_{x\to0}\frac{f(x)\times f'(x)}{(1-\cos x)^m}=\frac{n(\sin^{۲n-1}(x^۲))\cos(x^۲)۴x}{(1-\cos x)^m}$ $\frac{۸(x^۲)^{۴n-۲}(1-\frac{x^۴}{۲})x}{\frac{x^{۲m}}{۲^{m+1}}}=۳۲\sqrt{۲} \qquad ۸\times۲^{m+1}\times x^{۴n-۲m-1}(1-\frac{x^۴}{۲})=۳۲\sqrt{۲}=۲^{\frac{۱۱}{۲}}$ ② $۸\times۲^{m+1}=۲^{\frac{۱۱}{۲}}$ ، $۴n-۲m-1=۰$ ، $۲n-m=\frac{1}{۲}$ چون صحیح است $n=۴ \Rightarrow$ [illegible] پس n حتماً ۲ یا ۴ بیرون $\quad n=۲ \Rightarrow m=۳/۵ \Rightarrow ۲m+n=۹$ ✓
۸	$f\Big\vert_{۲}^{۹} \quad f^{-1}\Big\vert_{۹}^{۲} \Rightarrow f=۲ \Rightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=۲ \Rightarrow x=۹$ ② $f\Big\vert_{۲}^{۹} \quad f^{-1}\Big\vert_{۹}^{۲}$  $f'(۹)=\frac{(\frac{1}{۲\sqrt{x}})(\sqrt{x}-1)-(\frac{1}{۲\sqrt{x}})(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)^۲}$ $(f^{-1})'(۲)=-۱۲$ $\frac{(\frac{1}{۶}\times۲)-(\frac{1}{۶}\times۴)}{۴}=\frac{\frac{1}{۳}-\frac{۲}{۳}}{۴}=\frac{-\frac{1}{۳}}{۴}=-\frac{1}{۱۲}$ $\Rightarrow m=-۱۲$ ✓
۹	$\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\frac{f(-1)-f(۰)}{-1}=\frac{۸\times(1-a)-1}{-1}=-۱۱ \quad ۸-۸a-1=۱۱$ ③ $-۸a=۴ \Rightarrow a=-\frac{1}{۲}$ $f'(-۲a)=f'(1) \Rightarrow f'(x)=\underbrace{۳(x^۲+1)^۲(۲x)}_{۱۲}\underbrace{(-\frac{1}{۲}x+1)}_{\frac{1}{۲}}-\underbrace{(\frac{1}{۲})(x^۳+1)^۳}_{۴}=۱۲-۴=۸$ ✓
۱۰	$\frac{-\sin\frac{\pi}{۴}\cos\frac{\pi}{۲}+\sin\frac{\pi}{۲}\cos\frac{\pi}{۴}}{\frac{\pi}{۴}}=-\frac{1}{\frac{\pi}{۴}}=-\frac{۴}{\pi}$ $\frac{-\frac{۴}{\pi}}{\frac{۴}{\pi}}=-1$ ✓ $\frac{\sin^۴\frac{\pi}{۲}-\cos^۴\frac{\pi}{۲}+\sin^۴\frac{\pi}{۴}+\cos^۴\frac{\pi}{۴}}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{1-۰-\frac{1}{۴}+\frac{1}{۴}}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{۴}{\pi}$ ②