نام و نام خانوادگی ......نگین همتی...... ۱۹/۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۳... کلاس ....

۱	$g'(x) = \left(۲\tan x \cdot (۱+\tan^۲ x) + (-\sqrt{۲}\sin x)\right) f'(\tan^۲ x + \sqrt{۲}\cos x)$ $g'(\frac{\pi}{۴}) = ۳f'(۲) = \sqrt{۳}$ $f'(۲) = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ✓ (۲)
۲	$f-۲g\,(x) = \frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x} - \frac{۴}{۲-\cos x} = -\cos x$ (۲) $(f-۲g)'(x) = \sin x \Rightarrow \sin\frac{۷\pi}{۶} = -\frac{۱}{۲}$ ✓
۳	$f(x) = \begin{cases} (۴x-۳)\sqrt{ax} & x \geq \frac{۳}{۴} \\ -(۴x-۳)\sqrt{ax} & x < \frac{۳}{۴} \end{cases}$ $\Rightarrow f'_+(\frac{۳}{۴}) = ۴\times\sqrt{\frac{۳a}{۴}} = ۲\sqrt{۳a}$ مشتق عامل صفرشونده $\Rightarrow f'_-(\frac{۳}{۴}) = -۲\sqrt{۳a}$ (۲) $۴\sqrt{۳a} = ۲\sqrt{۶} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$ ✓
۴	$f'(۴) = -a$ $-a+۲-۴a = -۱ \Rightarrow ۵a = ۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{۵}$ (۲) $f(۴) = ۲-۴a$ $f'(۴) = -\frac{۳}{۵}$ ✓
۵	$\frac{ax-۱}{۲x+۱} = \frac{x+۵}{۷}$ (۲) $۷ax-۷ = ۲x^۲+۱۶x+۵$ $۳x^۲+(۱۶-۷a)x+۱۲=۰ \xrightarrow{\Delta=۰} (۱۶-۷a)^۲-۴\times۳۶=۰$ ✓ $\rightarrow a = \frac{۴}{۷}$ غ ق ق $\rightarrow a = ۴$ ✓

۶	$f(۲)=۰ \Rightarrow ۸+۲a-b=۰$ $\quad b=-۱۶$ $f'(۲)=۰ \Rightarrow ۳(۲)^۲+a=۰$ $\quad a=-۱۲$ $\Big\}\ b-a=-۴$ ✓ ۲
۷	$f(x)=x^{۲n}$ $\quad \Leftarrow 1-\cos a \sim \frac{a^۲}{۲},\ \sin a\sim a$ هم‌ارزی صفر ۱٫۵ $f'(x)=۲n(x)^{۲n-1}$ $\quad (۲m+1)۲^{m+1}=۲^{۷}\sqrt{۲}\rightarrow m=\frac{۷}{۲}$ $\quad ۲m+n=۹$ $n=۲$ $\begin{cases}۴n-۲m-1=۰ \longrightarrow n=\frac{۲m+1}{۴}\\ ۲^{m+1}n=۳۲\sqrt{۲}\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۲n\times ۲^{m}\times x^{۴n-1}}{x^{۲m}}=۳۲\sqrt{۲}$ $\quad \rightarrow ۴n-1=۲m$; $\rightarrow ۲n\times ۲^{m}=۳۲\sqrt{۲}$ $۲m+n=۳+1=۴$ $\Rightarrow n=1 \quad m=\frac{۳}{۲}$
۸	$f^{-1}(۲)=a$ $f(a)=۲$ $\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}=۲ \Rightarrow a=۹$ $f'(x)=\frac{-۲}{(\sqrt{x}-1)^۲}\times\frac{1}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow f'(۹)=-\frac{1}{۱۲}$ $(f^{-1}(۲))'=-۱۲$ ✓ ۲
۹	$f(۰)=1$ $f(-1)=-۸a+۸$ $\frac{f(۰)-f(-1)}{۰-(-1)}=-۱۱ \Rightarrow \frac{1+۸a-۸}{1}=-۱۱ \Rightarrow a=-\frac{1}{۲}$ $f'(x)=۳(x^۲+1)^۲(۲x)(ax+1)+(x^۲+1)^۳a$ $\boxed{f'(1)=۸}$ ✓ ۲
۱۰	$\sin x\cdot\cos ۲x=f(x)$ $\quad \rightarrow f(\frac{\pi}{۴})=۰$; $\rightarrow f(\frac{\pi}{۲})=-1$ $\frac{f(\frac{\pi}{۲})-f(\frac{\pi}{۴})}{\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۴}}=-\frac{۴}{\pi}$ ۲ $g(x)=\sin^۴x-\cos^۴x=-\cos ۲x$ $\quad \rightarrow g(\frac{\pi}{۴})=۰$; $g(\frac{\pi}{۲})=1$ $\frac{g(\frac{\pi}{۲})-g(\frac{\pi}{۴})}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{۴}{\pi}$ ✓ برابر (-1)