①

$$g(x)=f(\tan^2x+\sqrt{2}\cos x) \longrightarrow g'(x)=\underbrace{\left(2\tan x(1+\tan^2x)-\sqrt{2}\sin x\right)}_{3}\cdot\underbrace{f'(\tan^2x+\sqrt{2}\cos x)}_{f'(2)}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}=3f'(2) \longrightarrow f'(2)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$ ✓

۲

②

$$\longrightarrow f(x)=\frac{\cos^2x-2\cos x+4}{2-\cos x},\quad g(x)=\frac{2}{2-\cos x} \Rightarrow (f-2g)(x)=\frac{\cos^2x-2\cos x}{2-\cos x}=\frac{-\cos x(2-\cos x)}{2-\cos x}=-\cos x$$

۲

$$\longrightarrow (f-2g)'(x)=\sin x \xrightarrow{x=\frac{7\pi}{6}} =\sin\frac{7\pi}{6}=-\frac{1}{2}$$ ✓

③

۰

$$x\to\left(\frac{3}{4}\right)^+ \longrightarrow f(x)=(4x-3)\sqrt{ax} \longrightarrow f'(x)=4\sqrt{ax}$$ مشتق عامل صفرشونده

$$\longrightarrow f'_+\left(\frac{3}{4}\right)=4\sqrt{\frac{3}{4}a}$$

$$x\to\left(\frac{3}{4}\right)^- \longrightarrow f(x)=(3-4x)\sqrt{ax} \longrightarrow f'(x)=-4\sqrt{ax}$$ مشتق عامل صفرشونده

$$f'_-\left(\frac{3}{4}\right)=-4\sqrt{\frac{3}{4}a}$$

$$\longrightarrow f'_+\left(\frac{3}{4}\right)-f'_-\left(\frac{3}{4}\right)=8\sqrt{\frac{3}{4}a}=2\sqrt{6} \longrightarrow \sqrt{\frac{3}{4}a}=\frac{\sqrt{6}}{4} \longrightarrow \frac{3}{4}a=\frac{6}{16} \longrightarrow a=\frac{1}{2}$$

④

$$\longrightarrow y=-ax+2 \xrightarrow{x=4} (4,2-4a)\in f$$

$$y'=-a$$

$$f(4)+f'(4)=2-4a-a=-1 \longrightarrow 5a=3 \longrightarrow a=\frac{3}{5}$$

$$f'(4)=-a=-\frac{3}{5}$$ ✓

۲

⑤

۰/۵

$$\longrightarrow \frac{ax-1}{3x+1}=\frac{x+5}{7} \rightarrow 7ax-7=3x^2+16x+5 \longrightarrow 3x^2+(16-7a)x+12=0$$

$$3x^2+(16-7a)x+12=0 \xrightarrow{\Delta=0} (16-7a)^2-4(3)(12)=0 \longrightarrow \begin{cases} a=\frac{4}{7} \\ a=4 \end{cases}$$

$$\longrightarrow \frac{a+3}{(3x+1)^2}=\frac{1}{7} \longrightarrow 7a+21=9x^2+6x+1$$

$$3x^2+(16-7a)x+12 \xrightarrow[\text{مضاعف}]{} x=\frac{-b}{2a}=\frac{-16+7a}{6} \longrightarrow \begin{cases} a=4 \longrightarrow x=2 & ✓ \\ a=\frac{4}{7} \longrightarrow x=-2 & ✗ \end{cases}$$

$(۲,۰) \longrightarrow ۲a-b+۸=۰ \longrightarrow b-۲a=۸ \longrightarrow b=-۱۶$ ۶

$\xrightarrow{\;'\;} ۳x^۲+a=f'(x) \xrightarrow{x=۲} f'(۲)=۰=۱۲+a \to a=-۱۲$

$b-a=-۴$

۲

$\longrightarrow f'(x)= n\,Sin^{n-۱}(x^۲)\times Cos\,x^۲\times ۲x$ ۷

$\lim_{x\to ۰}\frac{f(x).f'(x)}{(۱-Cos\,x)^m}=۳۲\sqrt{۲}=\frac{Sin^n(x^۲).n\,Sin^{n-۱}(x^۲)\times Cos^۲x\times ۲x}{(۱-Cos\,x)^m}$

۰٫۵

(جواب پایین صفحه)

$f^{-۱}(x):\begin{vmatrix}۳\\ ؟\end{vmatrix} \longrightarrow f(x):\begin{vmatrix}؟\\ ۲\end{vmatrix} \longrightarrow \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}-۱}=۲ \to \sqrt{x}=۳ \to x=۹$ ۸

$f'(x)=\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(\sqrt{x}-۱)-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(\sqrt{x}+۱)}{(\sqrt{x}-۱)^۲} \overset{x=۹}{=} \frac{\frac{۱}{۶}\times ۲-\frac{۱}{۶}\times ۴}{۴}=\frac{-\frac{۱}{۳}}{۴}=-\frac{۱}{۱۲}$

۲

$m^{-۱}=-۱۲$

$\left.\begin{matrix}x=۰ \to f(x)=۱\\ x=-۱ \to f(x)= \quad ۸(۱-۵)\end{matrix}\right\}$ $-۱۱=۸a-۷ \to a=-\frac{۱}{۲}$ ۹

$\boxed{x=۱} \longrightarrow f'(x)=۳(x^۲+۱)^۲\times ۲x+(x^۲+۱)^۳ = ۸$

۲

$y=Sin\,x\,Cos\,۲x:\ \frac{-۱}{\frac{\pi}{۴}}=-\frac{۴}{\pi}$

$\frac{-\frac{۴}{\pi}}{\frac{۴}{\pi}}=-۱$ ۱۰

$y=Sin^۴x-Cos^۴x=-Cos\,۲x \longrightarrow \frac{۱}{\frac{\pi}{۴}}=\frac{۴}{\pi}$

۲

سوال ۷

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^n(x^2)\times n\sin^{n-1}(x^2)\times\cos(x^2)\times(2x)}{\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)^m}\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\lim_{x\to 0}\frac{(x^2)^n n(x^2)^{n-1}\times 2x}{\left(2\left(\frac{x}{2}\right)^2\right)^m}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2nx^{2n+2n-2+1}}{\left(\frac{x^2}{2}\right)^m}=\lim_{x\to 0}\frac{2nx^{4n-1}}{\frac{1}{2^m}x^{2m}}=\lim_{x\to 0}2^{m+1}n\,x^{4n-2m-1}$$ ⟿ حاصل حد عدد غیر متناهی غیر صفر ← توان صفر شد

$$\begin{cases}4n-2m-1=0\longrightarrow n=\frac{2m+1}{4}\\ 2^{m+1}n=32\sqrt{2}\end{cases}\longrightarrow 2^{m+1}\times\frac{2m+1}{4}=32\sqrt{2}\longrightarrow(2m+1)2^{m+1}=2^7\sqrt{2}\longrightarrow m=\frac{7}{2},\ n=2$$

$$2m+n=9$$