نام و نام خانوادگی : حسام رفیع زاده

« به نام خدا »

مقطع : دوازدهم پسر A

شماره : ۲۰

۱-

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty \to \lim_{x\to 2}\frac{-1}{\bigcirc}=-\infty \to \bigcirc=0^+ \to$$ ریشه‌ی ۲ ریشه‌ی مضاعف x^2+ax+b بوده است.

$$\to x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2+4-4x \to \begin{matrix} a=-4 \\ b=4 \end{matrix} \to a+b=0$$

۲-

$$\lim_{x\to(\sqrt[3]{4})}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \to \lim_{x\to(\sqrt[3]{4})}\frac{\sqrt[3]{4}}{\bigcirc}=+\infty \to \bigcirc=0^+ \to$$ ریشه‌ی $\sqrt[3]{4}$ ریشه‌ی مضاعف x^2+ax+b بوده.

$$\to x^2+ax+b=(x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16} \to \begin{matrix} a=-2\sqrt[3]{4} \\ b=\sqrt[3]{16} \end{matrix}$$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\sqrt[3]{\frac{-8\times \cancel{4}}{\cancel{16}}}\right]=[\sqrt[3]{-2}]=-2$$

۳-

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty \to \lim_{x\to(1/\sqrt{3})^+}\frac{a-1}{\left|\frac{1}{3}+a\right|+a}=-\infty$$

$$\to |1/3+a|+a=0 \to |1/3+a|=-a \to \begin{cases} 1/3+a=a \quad \varnothing \\ \frac{1}{3}+a=-a \to a=\frac{-1}{6} \ \checkmark \end{cases}$$

$$\to \left[\frac{-1}{6}\right]=-1$$

-۴

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{۲})^+} \frac{۱۶x-\left[-\frac{۲}{x^۲}\right]}{۲۴x+\left[\frac{۳}{x^۲}\right]} = \lim_{x\to(\frac{-1}{۲})^+} \frac{۱۶x+۹}{۲۴x+۱۲} = \lim_{x\to(\frac{-1}{۲})^+} \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

-۵

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{x^۲-۴}{x^۳-[x^۳]} = \lim_{x\to ۲^+} \frac{x^۲-۴}{x^۳-۸} = \frac{0}{0} \to \frac{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}{\cancel{(x-۲)}(x^۲+۴+۲x)} = \frac{۴}{۱۲} = \boxed{\frac{1}{۳}}$$

-۶

$$\lim_{x\to -۸} \frac{x^۲+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}} = \frac{-۱۶+۱۶}{۱۲+۶\times -۲} = \frac{0}{0} \to \lim_{x\to -۸} \frac{(x+۲)(x+۸)}{۶(۲+\sqrt[۳]{x})} \xrightarrow{\times \text{مزدوج}}$$

$$\lim_{x\to -۸} \frac{(x+۲)\cancel{(x+۸)}(۴+\sqrt[۳]{x^۲}-۲\sqrt[۳]{x})}{۶\cancel{(۸+x)}} = \frac{-\cancel{۶}\times(۴+۴-۲(-۲))}{\cancel{۶}} = \boxed{-۱۲}$$

-۷

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{1-\cos x}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\frac{|x|}{\sqrt{۲}}} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{۲}\,(\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x})}{-x}$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt{۲}\,(۴\cancel{x})}{-\cancel{x}(\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x})} = \lim_{x\to 0^-} \frac{-۴\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}} = \boxed{-۲}$$

-۸

$$\lim_{x\to 0} \frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^۲} = ۳ \xrightarrow{\text{چون حد}} \xrightarrow{\frac{0}{0}} k+1=0 \to \boxed{k=-1}\ ①$$

صورت عدد و مخرج صفر

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\sqrt{a}\,x)-1}{-x^۲} = ۳ \xrightarrow{\text{هم‌ارزی}} \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{1}-\frac{ax^۲}{۲}-\cancel{1}}{-x^۲} = ۳ \to \boxed{a=۶}\ ②$$

$$①,② \to \frac{a}{k} = \boxed{-۶}$$

۹-

$$\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\frac{0}{0}\longrightarrow\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\times\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x}-3\sqrt{3a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}\right)$$

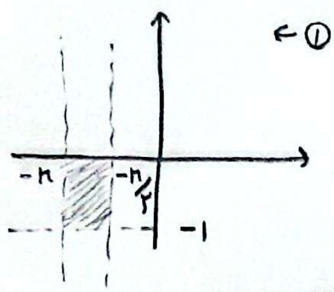
$$=\lim_{x\to(3a)^+}\frac{2}{\sqrt{6a}}+\lim_{x\to(3a)^+}\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\underbrace{\sqrt{x^2-9a^2}}_{\frac{0}{0}}}=\frac{2}{\sqrt{6a}}+\lim_{x\to(3a^+)}\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}{\sqrt{x-3a}\cdot\sqrt{x+3a}\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{3a})}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{6a}}+\lim_{x\to(3a)^+}\frac{3(\sqrt{x-3a})}{2\sqrt{3a}\times\sqrt{x+3a}}=\frac{2}{\sqrt{6a}}+0=\boxed{\frac{2}{\sqrt{6a}}}$$

۱۰-

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty\begin{cases}\lim_{x\to(-1)^+}\dfrac{1+k}{x^2-1}=-\infty\to 1+k>0\to k>-1\\[2ex]\lim_{x\to(-1)^-}\dfrac{1+2k}{x^2-1}=-\infty\to 1+2k<0\to k<\dfrac{-1}{2}\end{cases}$$

$$\longrightarrow -1<k<-1/2$$



← ①

$\cos k\pi \to -1<k<-1/2 \to (-1,0)$

$k\pi \to -1<k<-1/2 \to (-\pi,-\pi/2)$ ①

← نقاط در ناحیه‌ی سوم قرار دارند.