نام و نام خانوادگی ......آترین جلیلی........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس .دوازدهم ریاضی ۸.......

۱

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x-5}{x^2+ax+b}=-\infty$$

صورت: $2(2)-5=-1$

→ مخرج باید ۰ باشد تا جواب $-\infty$ شود → مخرج: $(x-2)^2=x^2-4x+4=x^2+ax+b$

$\to a=-4,\ b=4 \to a+b=0$

۲

$$\lim_{x\to \sqrt[3]{4}}\frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty$$

چون صورت مثبت است پس حد مخرج برابر ۰ است پس مخرج ریشه مضاعف دارد

$x=\sqrt[3]{4}$

$(x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}x+2\sqrt[3]{2}=x^2+ax+b \to a=-2\sqrt[3]{4},\ b=2\sqrt[3]{2}$

$\to \left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{2\sqrt[3]{2}}{-2\sqrt[3]{4}}\right]=\left[-\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2}}\right]=\left[-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right]=-1$

۳

$$\lim_{x\to(\frac{1}{\sqrt{3}})^+}\frac{[-x]+a}{\left|\frac{\sqrt{3}}{3}x+a\right|+a}=-\infty$$

$x\to(\frac{1}{\sqrt3})^+ \to x>\frac{1}{\sqrt3}\to -x<\frac{-1}{\sqrt3}\to[-x]=-1$

$\to \frac{\sqrt3}{3}x>\frac13\to\frac{\sqrt3}{3}x=(\frac13)^+$

$\to \frac{-1+a}{\left|\underbrace{(\frac13)^++a}_{+}\right|+a}=-\infty$

$\to \left|\frac13^++a\right|+a=0^+$

$\to \frac13^++2a=0^+\to\frac13+\varepsilon+2a=\varepsilon\to a=\frac{-1}{6}\to[a]=-1$

۴

$$\lim_{x\to(-\frac12)^+}\frac{16x-[-\frac{2}{x^2}]}{24x+[\frac{3}{x^2}]}=\frac{16(-\frac12)-(-8)}{24(-\frac12)+11}=\frac{-8+8}{-12+11}=\frac{0}{-1}=0$$

$x\to(-\frac12)^+\to x>-\frac12\to x^2>\frac14\to\frac{1}{x^2}<4\to\begin{cases}-\frac{2}{x^2}>-8\to\left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8\\ \frac{3}{x^2}<12\to\left[\frac{3}{x^2}\right]=11\end{cases}$

۵

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-[x^3]}=\lim_{x\to2^+}\frac{x^2-4}{x^3-8}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\lim_{x\to2^+}\frac{(x+2)}{(x^2+2x+4)}$$

$$=\frac{4}{12}=\frac13$$

$x\to2^+\to x>2\to x^3>8\to[x^3]=8$

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\lim_{x\to -8}\frac{(x+8)(x+2)}{6(\sqrt[3]{x}+2)}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}$$

$$=\lim_{x\to -8}\frac{(x+8)(x+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{6(x+8)}=\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{6}$$

$$=\frac{(-6)(3\times 4)}{6}=\boxed{-12}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{\underbrace{1-\cos x}_{\frac{x^2}{2}}}}$$

می‌دانیم اگر $u\to 0$ هم‌ارزی $1-\cos u\sim\frac{u^2}{2}$ برقرار است

سپس با جایگذاری $x=0$ در کسر به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم و سپس از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+3x}-\sqrt{2-x}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\underbrace{|x|}_{-x}}\overset{Hop}{=}\lim_{x\to 0}\frac{\frac{3}{2\sqrt{2+3x}}-\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}}=\frac{\frac{3}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}}=\boxed{-2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}=3\qquad \lim_{x\to 0}\frac{k+\cos(\sqrt{a}\,x)}{kx^2}=\frac{k+1}{0}\overset{\text{چون عدد صحیح بوده}}{=}\frac{0}{0}\longrightarrow \boxed{k=-1}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\cos(\sqrt{a}\,x)}{-x^2}\xrightarrow{Hop}\lim_{x\to 0}\frac{-\sqrt{a}\sin(\sqrt{a}\,x)}{-2x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{Hop}\lim_{x\to 0}\frac{-a\cos(\sqrt{a}\,x)}{-2}=\frac{-a}{-2}=3$$

$$\longrightarrow \boxed{a=6}\longrightarrow \frac{a}{k}=\frac{6}{-1}=\boxed{-6}$$

$$\lim_{x\to (3a)^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3\sqrt{x}-\sqrt{27a}}{\sqrt{x^2-9a^2}}=\frac{0}{0}\longrightarrow\lim_{x\to 3a^+}\frac{2\sqrt{x-3a}+3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{(x-3a)(x+3a)}}=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2\sqrt{x-3a}}{\sqrt{x-3a}\sqrt{x+3a}}+\frac{3(\sqrt{x}-\sqrt{3a})}{\sqrt{x^2-9a^2}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}{\sqrt{x}+\sqrt{3a}}\right)$$

$(a>0)$

$$=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3(x-3a)}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})(\sqrt{x-3a})}\right)$$

$$=\lim_{x\to 3a^+}\left(\frac{2}{\sqrt{x+3a}}+\frac{3\sqrt{x-3a}}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}\right)=\frac{2}{\sqrt{6a}}+\frac{3\overset{0}{\sqrt{3a-3a}}}{(\sqrt{x}+\sqrt{3a})(\sqrt{x+3a})}=\frac{2}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{2}{3a}}$$

$$\lim_{x\to(-1)}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=-\infty\qquad\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1+k}{x^2-1}=\frac{1+k}{0^-}=-\infty$$

$$\longrightarrow 1+k>0\longrightarrow \boxed{k>-1}\quad \mathrm{I}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1-k[x]}{x^2-1}=\lim_{x\to(-1)^-}\frac{1+2k}{x^2-1}=\frac{1+2k}{0^+}=-\infty\longrightarrow 1+2k<0\longrightarrow \underline{k<\frac{-1}{2}}\quad \mathrm{II}$$

$$\xrightarrow{\mathrm{I}\cap\mathrm{II}}-1<k<\frac{-1}{2}\longrightarrow -\pi<k\pi<-\frac{\pi}{2}\longrightarrow \cos(-\pi)<\cos k\pi<\cos\left(\frac{-\pi}{2}\right)\longrightarrow \boxed{-1<\cos k\pi<0}$$

مؤلفهٔ اول و دوم همواره منفی هستند پس در ربع سوم قرار دارد.