مانی کریمی

۱- $\lim_{x\to 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} \Rightarrow \begin{cases} x\to 2^+ : & x^2+ax+b=0^+ \\ x\to 2^- : & x^2+ax+b=0^+ \end{cases}$ ⇐ این تابع در $x=2$ مضاعف است

$$\Rightarrow x^2+ax+b=(x-2)^2=x^2-4x+4 \Rightarrow a=-4,\ b=4 \Rightarrow \boxed{a+b=0}$$

۲- $\lim_{x\to\sqrt[3]{4}} \frac{x}{x^2+ax+b}=+\infty \Rightarrow \underset{x\to\sqrt[3]{4}^{+\text{یا}-}}{x^2+ax+b}=0^+$ ⇐ این تابع به ازای $x=\sqrt[3]{4}$ مضاعف است

$$\Rightarrow (x-\sqrt[3]{4})^2=x^2-2\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16} \Rightarrow a=-\sqrt[3]{32},\ b=\sqrt[3]{16}$$

$$\left[\frac{b}{a}\right]=\left[\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{32}}\right]=\left[\sqrt[3]{\frac{16}{32}}\right]=[\sqrt[3]{2}]=1$$

۳- $\lim_{x\to\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^+} \frac{[x]+a}{\left|\frac{\sqrt{2}}{2}x+a\right|+a}=-\infty=\frac{-1+a}{\left|\frac{1}{2}^+ +a\right|+a}=-\infty \Rightarrow \left|\frac{1}{2}^+ +a\right|+a=0$

$$\Rightarrow \underbrace{\left|\frac{1}{2}^+ +a\right|}_{}=-a \Rightarrow \frac{1}{2}^+ +a=-a \Rightarrow -2a=\frac{1}{2}^+ \Rightarrow a=-\frac{1}{4}^-$$

نمی‌تواند منفی شود چون مجهول (a) حذف می‌شود

$$\Rightarrow [a]=-1$$

۴- $\lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} \frac{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}{24x+\left[\frac{3}{x^2}\right]}=\frac{16x-[-8^-]}{24x+[12^+]}=\frac{16x+9}{24x+12}=\frac{-8+9}{0^+}=\frac{+1}{0^+}=+\infty$

۵- $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{\underbrace{x^3-[x^3]}_{x^3-8}}=\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$

۶- $\lim_{x\to -8} \frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \frac{2x+10}{6\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}=\frac{(2x+10)(3\sqrt[3]{x^2})}{6}=\frac{(-6)(12)}{6}$

$$=-12$$