Subject: Date: Mo Tu We Th Fr Sa Su

۱۴۵

شیما براری

۱

$$\lim_{x\to -2}\left(2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]\right)=\begin{cases}\lim_{x\to -2^+}\left(2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]\right)=L_1\\ \lim_{x\to -2^-}\left(2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]\right)=L_2\end{cases}$$

$x>-2 \Rightarrow -x<2 \Rightarrow 2-x<4 \Rightarrow \frac{2-x}{2}<2 \Rightarrow \left[\frac{2-x}{2}\right]=1$

مثل آن از $x<-2$ نتیجه می‌شود که $\frac{2-x}{2}>2$ ، $\left[\frac{2-x}{2}\right]=2$

$x>-2 \Rightarrow x+2>0 \Rightarrow \frac{x+2}{3}>0 \Rightarrow \left[\frac{x+2}{3}\right]=0$, $x<-2 \Rightarrow x+2<0 \Rightarrow \frac{x+2}{3}<0 \Rightarrow \left[\frac{x+2}{3}\right]=-1$

۲

$$\Rightarrow \begin{cases} L_1=2(1)+a(0)=2\\ L_2=2(2)+a(-1)=4-a\\ \text{حد دارد} \Rightarrow L_1=L_2\end{cases} \Rightarrow 2=4-a \Rightarrow a=2 \Rightarrow \frac{a}{3}=\frac{2}{3} , \boxed{\left[\frac{a}{3}\right]=\left[\frac{2}{3}\right]=0}$$

۲

$x<\frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin x<\frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin x<1 \Rightarrow 2\sin x-1<0 \Rightarrow [2\sin x-1]=-1$

$\Rightarrow \lim_{x\to (\frac{\pi}{6})^-}[2\sin x-1]=-1$

۲

۳

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3-x]=\lim_{x\to -\frac{1}{2}}\left[8(-\tfrac{1}{2})^3-(-\tfrac{1}{2})\right]=\left[-\tfrac{1}{2}\right]=-1$ درست است که حاصل عبارت داخل براکت ، -1

$-\frac{1}{2}$ حدی است ولی در مرحله حاصل آن -1 است (... $[x]$ در اعداد غیر صحیح پیوسته است)

۲

۴

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left(\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}\right)=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left(\frac{10x-5+11}{16x-(-8)}\right)$$

$x<-\frac{1}{2} \Rightarrow x^2>\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2}<4$

$\left[\frac{3}{x^2}\right]=11 \Leftarrow \frac{3}{x^2}<12$, $-\frac{2}{x^2}>-8$, $\left[-\frac{2}{x^2}\right]=-8$

$$=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left(\frac{10x+6}{16x+8}\right)=\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\left(\frac{-5+6}{0^-}\right)=\frac{1}{0^-}=\boxed{-\infty}$$

$x<-\frac{1}{2} \Rightarrow 16x<-8 \Rightarrow 16x+8<0$

۲

Subject: Date:

$x\to1^+ \Rightarrow [x]=1 \Rightarrow \lim_{x\to1^+}\left(\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}\right)=\lim_{x\to1^+}\left(\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}\right)^{\frac{0}{0}}=\lim_{x\to1^+}\left(\frac{4\sin^2\frac{\pi}{2}x\cos^2\frac{\pi}{2}x}{2\cos^2\frac{\pi}{2}x}\right)$ ۵

$=\lim_{x\to1^+}\left(2\sin^2\frac{\pi}{2}x\right)=2(1)^2=\boxed{2}$

۲

$=\lim_{x\to-1}\left(\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}\right)$ برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ با استفاده از اتحاد مزدوج و فیل فنجان داریم: ۶

۲

$=\lim_{x\to-1}\left(\frac{(2x+3)-(3x+4)}{x+1}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\right)=\lim_{x\to-1}\left(\frac{-x-1}{x+1}\times\frac{\sqrt[3]{(-1)^2}-\sqrt[3]{-1}+1}{\sqrt{2(-1)+3}+\sqrt{3(-1)+4}}\right)=\lim_{x\to-1}\left((-1)\times\left(\frac{3}{2}\right)\right)=\boxed{-\frac{3}{2}}$

$\lim_{x\to1}\left(\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\right)\xrightarrow{\text{مبهم }\frac{0}{0}\ \text{Hop}}\lim_{x\to1}\left(\frac{2-\frac{7}{2\sqrt{x}}+0}{2-\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{2-\frac{7}{2}}{2-\frac{3}{4}}\right)=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}}=$ ۷

$=-\frac{12}{10}=\boxed{-1/2}$

۲

۸ چون با جایگذاری مخرج صفر می‌شود حاصل یا باید $\pm\infty$ شود و یا صورت هم صفر باشد که مبهم بشود. تنها در حالت دوم عدد داریم پس:

صورت = 0 در جایگذاری 0 $\Rightarrow \sqrt{b(0)+c}+a=0 \Rightarrow a=-\sqrt{c}$

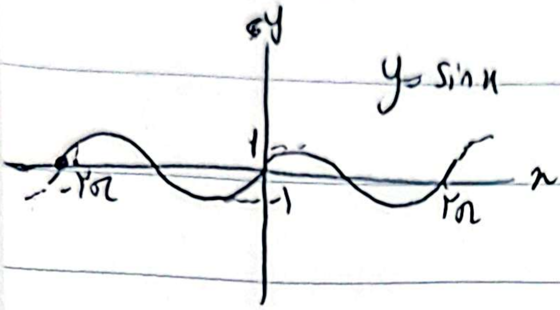
اکنون این عبارت مبهم $(\frac{0}{0})$ را رفع ابهام می‌کنیم

$\lim_{x\to0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}\xrightarrow{\text{hop}}\lim_{x\to0}\left(\frac{0+\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}\right)=\lim_{x\to0}\left(\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}\right)=\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\Rightarrow 2b=\sqrt{c}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2}$

۲

$\frac{ab}{c}=\frac{(-\sqrt{c})(\frac{1}{2}\sqrt{c})}{c}=\frac{-\frac{1}{2}(\sqrt{c})^2}{c}=\boxed{-\frac{1}{2}}$

۹



$$x > -2\pi \Rightarrow \frac{x}{\pi} > -2 \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -2$$

$$x < -2\pi \Rightarrow \frac{x}{\pi} < -2 \Rightarrow \left[\frac{x}{\pi}\right] = -3$$

$$\lim_{x\to -2\pi} \frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}$$

$$\lim_{x\to(-2\pi)^+} \frac{4+k\overbrace{\left[\frac{x}{\pi}\right]}^{-2}}{\underbrace{\sin x}_{0^+}} = \frac{4-2k}{0^+} = +\infty \Rightarrow 4-2k>0 \Rightarrow k<2$$

$$\lim_{x\to(-2\pi)^-} \frac{4+k\overbrace{\left[\frac{x}{\pi}\right]}^{-3}}{\underbrace{\sin x}_{0^-}} = \frac{4-3k}{0^-} = +\infty \Rightarrow 4-3k<0 \Rightarrow 3k>4 \Rightarrow k>\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}<k<2 \Rightarrow -2<-k<-\frac{4}{3} \Rightarrow -k>-2 \Rightarrow \boxed{[-k]=-2}$$

۲

۱۰) با جایگذاری $x=8$ در صورت حاصل آن ۰ محاسبه می‌شود لذا حاصل حد را ۰ می‌شود (اگر مخرج غیر صفر دارد) در یا ابهام ($\frac{0}{0}$) می‌گردد،

تنها حالت عدم وجود حد غیر ۰ ممکن است (مخرج به ازای $x=8$ ۰ است) $\Rightarrow 8a-b=0 \Rightarrow 8a=b$

$$\lim_{x\to 8}\left(\frac{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{ax-b}\right) = \lim_{x\to 8}\left(\frac{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{ax-b}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}\right) = \lim_{x\to 8}\left(\frac{b\left(2+\sqrt[3]{x}-4\right)}{(ax-b)\underbrace{\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2\right)}_{4}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 8}\left(\frac{b}{4}\times\frac{\sqrt[3]{x}-2}{ax-b}\right) = \lim_{x\to 8}\left(\frac{8a}{4}\times\frac{\sqrt[3]{x}-2}{ax-8a}\right) = \lim_{x\to 8}\left(2\times\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}\right) = \lim_{x\to 8}\left(2\times\frac{\cancel{\sqrt[3]{x}-2}}{\cancel{(\sqrt[3]{x}-2)}(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+2)}\right)$$

$$= \lim_{x\to 8}\left(2\times\frac{1}{2+2+2}\right) = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

۱٫۵

$$\lim_{x\to 8}\frac{8a\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{ax-8a} = \frac{8a\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{ax-8a}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2} =$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{8a\left(\sqrt[3]{x}-2\right)}{a(x-8)\times 4} \rightarrow \lim_{x\to 8}\frac{2\left(\sqrt[3]{x}-2\right)}{\left(\sqrt[3]{x}-2\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x}\right)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

PINE NOTEBOOK