Subject: Date:

Mo Tu We Th Fr Sa Su

شنبه ...

۱)

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2(2)+5}{(2)+1} = \frac{9}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x\to 2^-} \frac{2(2)+5}{(2)+1} = 3$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{2(0)+7}{[0^+]} = \frac{7}{0} =$ تعریف نشده

۲)

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 = \lim_{x\to 3^-} 4[3^-]-2 = 4(2)-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = \lim_{x\to 3^-} [4(3^-)-2] = \lim_{x\to 3^-} [10^-] = 9$

$x<3 \Rightarrow 4x<12 \Rightarrow 4x-2<10$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} 4x-2\right] = \left[\lim_{x\to 3^-} 4(3)-2\right] = [10] = 10$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} 4x-2\right] = [4(3)-2] = [10] = 10$

۳)

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \lim_{x\to 3^-} \frac{3(2)+1}{2} = \frac{7}{2}$

$(2<x<3 \Rightarrow [x]=2)$

ب) $\lim_{x\to 3^+} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3^+)+1}{2}\right] = [5^+] = 5$ (صعودی)

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = \left[\frac{3(3)+1}{2}\right] = [5] = 5$

۴)

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{(x-1)(x-5)} = \lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1}$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$

$\lim_{x\to 1^-} \frac{1}{0^-} = \boxed{-\infty}$

(حد ندارد)

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{(x-3)^2}$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{-1}{0^+} = \boxed{-\infty}$

$\lim_{x\to 3^-} \frac{-1}{0^+} = \boxed{-\infty}$

(حد ندارد)

حل ۵)

الف) $\lim\limits_{x\to -3.2} [-\frac{15}{8}x]+[5x]$

$\lim\limits_{x\to -3.2^{+}} \left([-\frac{15}{8}x]+[5x]\right) = [6^-]+[-15^+] = 5-15 = -10$ ۵

$\lim\limits_{x\to -3.2^{-}} \left([-\frac{15}{8}x]+[5x]\right) = [6^+]+[-16^-] = 6-16 = -10$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to -3.2} \left([-\frac{15}{8}x]+[5x]\right) = \boxed{-10}$ (حد دارد)

ب) $\lim\limits_{x\to(-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right] = [-16^+] = \boxed{-16}$

$x<-\frac{1}{2} \Rightarrow x^4 > \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{x^4} < 16 \Rightarrow \frac{-1}{x^4} > -16$

---

۶) ابتدا تابع را رسم کرده و سپس حد را محاسبه می کنیم

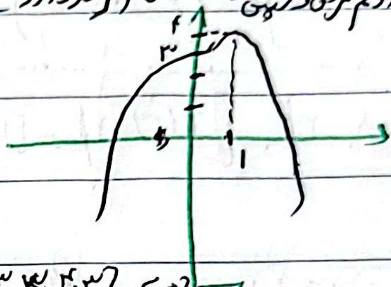
الف) $\lim\limits_{x\to 1} [4x^3-3x^4+3] = [4^-] = \boxed{3}$ (حد دارد)

$y=4x^3-3x^4+3 \xRightarrow{\text{مشتق}} y' = 12x^2-12x^3 = -12x^2(x-1)$

تعیین علامت و جدول تغییر

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$		$-$	
y		$\nearrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	

نقطه عطف



ب) $\lim\limits_{x\to 0} [4x^3-3x^4+3]$

$\lim\limits_{x\to 0^+} [4x^3-3x^4+3] = [0^+] = \boxed{0}$

$\lim\limits_{x\to 0^-} [4x^3-3x^4+3] = [0^-] = \boxed{-1}$

(حد ندارد)

(نمودار عبارت داخل براکت همان نمودار بالا است)

---

۷) الف) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{|x^3-8|}{x^2-4}$

$\lim\limits_{x\to 2^+} \left(\frac{|x^3-8|}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^+} \left(\frac{x^3-8}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^+} \left(\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+x+2)}{\cancel{(x-2)}(x+2)}\right) = \frac{8}{4} = \boxed{2}$

$x>2 \Rightarrow x^3>8 \Rightarrow x^3-8>0$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \left(\frac{|x^3-8|}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2^-} \left(-\frac{x^3-8}{x^2-4}\right) = \lim\limits_{x\to 2} \left(-\frac{(x-2)(x^2+x+2)}{(x-2)(x+2)}\right) = -\frac{8}{4} = \boxed{-2}$

$x<2 \Rightarrow x^3<8 \Rightarrow x^3-8<0$

(حد ندارد)

$$\lim_{x\to\pi}\frac{|\sin x|}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{-\sin x}{2\sin x\cos x} \overset{\text{ساده}}{=} \lim_{x\to\pi^+}\frac{-1}{2\cos x}=\frac{-1}{2(-1)}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x\to\pi^-}\frac{\sin x}{2\sin x\cos x} \overset{\text{ساده}}{=} \lim_{x\to\pi^-}\left(\frac{1}{2\cos x}\right)=\frac{1}{-2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

(حد ندارد)

$\frac{3\pi}{2}>x>\pi \Rightarrow \sin x<0$

$\frac{\pi}{2}<x<\pi \Rightarrow \sin x>0$

الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x}$

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^+}\left(\sqrt{\cos x}\right) \overset{\text{الف}}{=} \sqrt{0^+}=0$$

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}^-}\left(\sqrt{\cos x}\right) = \text{تعریف نشده است}$$

(حد ندارد)

$2\pi>x>\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x>0$ (الف)

$\pi<x<\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos x<0$ (ب)

ب) $\lim_{x\to 0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}$

$$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x-2\sqrt{0^+}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}=0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\sqrt{x-2\sqrt{x}}=\lim_{x\to 0^-}\sqrt{x-2\sqrt{0^-}} \rightarrow \text{تعریف نشده}$$

(حد ندارد)

9

الف) $\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^2(x-1)}=\lim_{x\to 0^+}\frac{(-1)^1}{x^2(x-1)}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$

$\frac{\pi}{2}>x>0 \Rightarrow 1>\sin x>0 \Rightarrow [\sin x]=0$

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$x^2(x-1)$	$-$		$-$		$+$

ب) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - [x^2]}{x - [x]} \rightarrow \lim_{x \to 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} (x+2) = \boxed{4}$

$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 1} = \frac{0}{-1} = \boxed{0}$

(حد ندارد)

(راست) $x > 2 \Rightarrow [x] = 2$

(راست) $x^2 > 4 \Rightarrow [x^2] = 4$

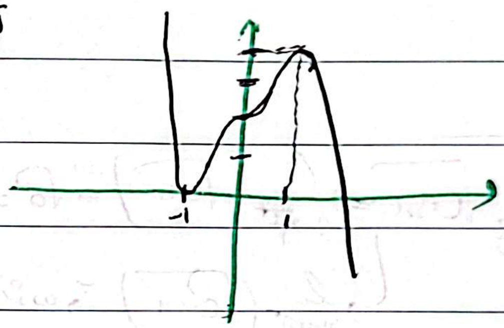
$1 < \sqrt{3} < x < 2 \Rightarrow [x] = 1$

(چپ) $3 < x^2 < 4 \Rightarrow [x^2] = 4$

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2 \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 15x^2 - 15x^4 = -15x^2(x^2 - 1) = -15x^2(x-1)(x+1)$

تعیین علامت مشتق

	-1		0		1	
$-$		$+$		$+$		$-$
↘		↗		↗		↘
مقادیر تابع :	0		2		4	



ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3 \xrightarrow{\text{مشتق}} y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 4x(x+1)(x-1)$

تعیین علامت مشتق :

	-1		0		$+1$	
$-$		$+$		$-$		$+$
↘		↗		↘		↗
مقادیر تابع :	2		3		2