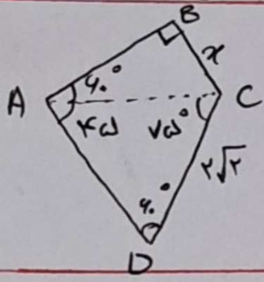
A دوازدهم تجربی — تکلیف شماره 13 — ۲۰ — ایلیا سالاری

①
$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow\frac{۲۰}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B}\Rightarrow\sin B=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}\times\sqrt{۳}}{۶}}{۲۰}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow B=۴۵$

$B+C=۱۲۰\Rightarrow C=۱۲۰-۴۵=۷۵$

$B=۴۵^\circ$ $C=۷۵^\circ$

۲

②


$\frac{DC}{\sin ۴۵}=\frac{AC}{\sin ۶۰}\Rightarrow\frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\Rightarrow AC=۲\sqrt{۳}$

$\sin ۶۰=\frac{x}{AC}\Rightarrow x=AC\times\sin ۶۰=۲\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۳$

۲

③
$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=K\Rightarrow\begin{cases}a=\sin A\times K\\ b=\sin B\times K\\ c=\sin C\times K\end{cases}$

$(b^۲-۲)\frac{\sin C}{\sin B}=c\Rightarrow(b^۲-۲)\frac{\sin C}{\sin B}=\sin C\times K\Rightarrow\frac{b^۲-۲}{\sin B}=K\Rightarrow b^۲-۲=\sin B\times K\Rightarrow b^۲-۲=b\Rightarrow$

$\Rightarrow b^۲-b-۲=۰\Rightarrow(b-۲)(b+۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}\boxed{b=۲\ \text{ق ق}}\\ b=-۱\ \text{غ ق ق}\end{cases}$

۲

④
$AC=\sqrt{(AB)^۲+(BC)^۲-۲(AB)(BC)\cos B}\Rightarrow(۱۳)^۲=(۲۰)^۲+(۲۱)^۲-۲(۲۰)(۲۱)(\cos B)\Rightarrow$

$\Rightarrow ۸۴۰\cos B=۴۰۰+۴۴۱-۱۶۹=۶۷۲\Rightarrow\cos B=\frac{۶۷۲}{۸۴۰}=\frac{۳۳۶}{۴۲۰}=\frac{۴}{۵}$ $\quad\sin^۲B+\cos^۲B=۱\Rightarrow\sin^۲B=۱-\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{۹}{۲۵}\Rightarrow$

$\Rightarrow\sin B=\sqrt{\frac{۹}{۲۵}}=\frac{۳}{۵}$

۲

⑤
الف) $BC=\sqrt{(AC)^۲+(AB)^۲-۲(AC)(AB)\cos A}\Rightarrow(BC)^۲=a^۲=(۴)^۲+(۲+۲\sqrt{۳})^۲-۲(۴)(۲+۲\sqrt{۳})(\frac{۱}{۲})\Rightarrow$

$\Rightarrow a^۲=۲۴\Rightarrow a=\sqrt{۲۴}=۲\sqrt{۶}$

ب) $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow\frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۴}{\sin B}\Rightarrow\sin B=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow$

$B=۴۵^\circ\Rightarrow C=۱۸۰-(۶۰+۴۵)=۷۵^\circ$

۲

⑥
$BC=\sqrt{(AB)^۲+(AC)^۲-۲(AB)(AC)(\cos A)}\Rightarrow(۲)^۲=(۱)^۲+(۲)^۲-۲(۱)(۲)\cos\alpha\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱}{۴}$

$DE=\sqrt{(AE)^۲+(AD)^۲-۲(AE)(AD)(\cos A)}\Rightarrow(DE)^۲=(۴)^۲+(۶)^۲-۲(۴)(۶)(\frac{۱}{۴})=۴۰\Rightarrow DE=\sqrt{۴۰}=۲\sqrt{۱۰}$

۲

⑦
الف) $BC=\sqrt{(AB)^۲+(AC)^۲-۲(AB)(AC)(\cos A)}\Rightarrow(BC)^۲=(۵)^۲+(۸)^۲-۲(۵)(۸)(\frac{۱}{۲})=۴۹\Rightarrow BC=۷$

ب) $S=\frac{۱}{۲}(AB)(AC)(\sin A)=\frac{۱}{۲}(۵)(۸)(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۱۰\sqrt{۳}$

۲

⑧
$\frac{(b+c)^۲-a^۲}{bc(\cos A+۱)}=\frac{b^۲+c^۲+۲bc-(b^۲+c^۲-۲(b)(c)(\cos A))}{bc(\cos A+۱)}=\frac{۲bc(\cos A+۱)}{bc(\cos A+۱)}=۲$

۲

⑨
$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲\Rightarrow a^۳+b^۳-c^۳=a^۳+a^۲b-a^۲c\Rightarrow b^۳-c^۳=a^۲b-a^۲c\Rightarrow b^۲+c^۲+bc=a^۲\Rightarrow$

$b^۲+c^۲+bc=b^۲+c^۲-۲(b)(c)(\cos A)\Rightarrow bc=-۲bc\cos A\Rightarrow\cos A=-\frac{۱}{۲}\rightarrow\hat{A}=۱۲۰$

۲

⑩
$S=\frac{۱}{۲}(BA)(AC)\sin A=\frac{۱}{۲}(۴-\cos\theta)(۱+۴\cos\theta)(\frac{۱}{۲})=۲\Rightarrow-۴\cos^۲\theta+۸\cos\theta+۴=۸\Rightarrow ۴\cos^۲\theta-۸\cos\theta+۵=۰$

$\Rightarrow\cos\theta=\begin{cases}\frac{۱}{۴}\ \text{ق ق}\\ \frac{۵}{۴}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$ $\quad a^۲=(AB)^۲+(AC)^۲-۲(AC)(AC)(\cos A)=(۲)^۲+(۴)^۲-۲(۲)(۴)(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۲۰-۸\sqrt{۳}$

۲